

Cartografía para la geografía. Fundamentos

Javier Espiago

Capítulo III: Proyecciones y de sistemas de proyección

Octubre - 2017

Introducción

Los primitivos globos terráqueos esféricos permitieron mostrar a grandes rasgos una tierra que iba delineando sus costas. Fue un conocimiento del mundo que no se invalidaba por su pequeña escala, por su reducido tamaño o por la imposibilidad para el registro de detalles. O por la dificultad de la manipulación tridimensional y la ocultación visual de la mitad de su superficie.

Las representaciones terrestres proyectadas en superficies planas facilitaron el almacenamiento de datos. Son más manejables y útiles e incluyen la posibilidad de una escala mayor. Los mapas se dibujaron con un amplísimo rango de escalas adaptado a una diversidad de situaciones. Mapas globales a escalas pequeñas, mapas regionales también a escalas pequeñas y medianas y mapas locales o urbanos a escalas grandes. Eran herramientas que cumplían objetivos distintos a la percepción del trazado de litorales terrestres y de la configuración de la tierra en su conjunto. Permitían la localización detallada de las entidades y de los fenómenos geográficos, controlando su orientación.

Podían calcularse mediciones aritméticas o mentales de difícil logro con la georreferenciación elipsoidal. Se mantenían útiles pese a las distorsiones que introducían¹. Se manejaron con un control matemático en procedimientos sistemáticos de elaboración y análisis pues se exigía un control geométrico de estas distorsiones. Los complejos conocimientos necesarios se iniciaron en la Edad Antigua logrando la diferenciación de una de las primeras disciplinas científicas.

¹ Se controla la distorsión, no se elimina.

Proyecciones y sistemas de proyección

PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA: correspondencia entre localizaciones en un espacio tridimensional de la tierra y su representación en el espacio bidimensional de un mapa². Es el dibujo de la conversión unívoca de coordenadas geodésicas esferoidales (3D) en coordenadas cartesianas planas (2D) utilizando una reducción de escala³.

El procedimiento ha de ser sistemático, forzosamente⁴. Debe continuarse en un trazado gráfico analógico o digital, imprescindible para el entendimiento espacial de la información. La representación plana es necesaria para las selecciones y extracciones de entidades geográficas, para su estudio. Después de la transformación, con las nuevas coordenadas utilizamos la geometría plana que es más sencilla para todo tipo de cálculos e interpretaciones⁵. También se favorece la percepción de relaciones topológicas.

La representación gráfica suele considerarse elemento distintivo de la cartografía. Para ello, siempre ha de estar fundamentada en una geometría formal que, más allá de la necesaria simbolización gráfica, es la que permite la introducción de un orden espacial en las descripciones y en los análisis. Se perciben y calculan distancias y direcciones, la extensión superficial o las relaciones basadas en las localizaciones.

La reducción de escala es algo totalmente necesario para la descripción del mundo. Ha de utilizar siempre un proceso geométrico sin que existan otros procedimientos mentales o intelectuales que puedan sustituirla. Es una operación central para la comprensión geográfica con la que introducimos la densidad o resolución geométrica en el registro de datos lo que afecta a la precisión de las mediciones geométricas. Teniendo en cuenta la escala, se construyen diferentes tipos de mapas. Por norma, todos los mapas se elaboran a una escala menor que la utilizada en la realidad que describen. Una consecuencia de lo anterior es que en las entidades geográficas dibujadas a escala introducimos necesariamente su generalización.

En las coordenadas geográficas hemos adoptado normas sobre el elipsoide y el datum. Por eso, las indicamos al lado del procedimiento utilizado en la proyección. Así decimos, por ejemplo, UTM ETRS 89 o Mercator WGS 84. Aunque existe un autotitulado sistema universal de proyecciones (UTM y UPS) no existen normas globales sobre las proyecciones o sobre los parámetros que las concretan. Las coordenadas planas no tienen carácter universal. No hay acuerdos sobre los mapas de toda la tierra, pero en la actualidad existen normas de facto sobre las proyecciones utilizables con sus parámetros. Es el caso de las instituciones del territorio cartográfico europeo. Otras administraciones regulan, explícita o implícitamente, nuevos aspectos parcelando siempre el territorio al que suelen mostrar independiente de ámbitos vecinos.

En geografía utilizamos proyecciones que exigen siempre la adopción de parámetros para su determinación. El siguiente paso en la utilización de proyecciones matemáticas es su concreción geográfica⁶.

² En **INSPIRE D2.8. I.1_v3.2** apartado 2.3, se define "Map projection: change of coordinates, based on a one-to-one relationship, from a geodetic coordinate system to a plane, based on the same datum". Utiliza EN ISO 19111:2007, Geographic information — Spatial referencing by coordinates.

³ Las normas hablan de coordenadas 2D. Ya indicamos la confusión sobre coordenadas geográficas y el valor de la altitud.

⁴ Para **SNYDER, P.** (1993) la sistematización aparece en la definición: "the systematic representation of all or part of the surface of a round body, especially the earth, onto a flat or plane surface is called a map projection", pág. 1.

⁵ En las razones de una proyección se dice en <http://webhelp.esri.com>: "latitude-longitude is a good system for storing spatial data but not as good for viewing, querying, or analyzing maps".

⁶ Los fundamentos teóricos de las proyecciones se han desarrollado dentro de la geodesia y disciplinas afines. Otras aplicaciones son las de los astrónomos, navegantes de todo tipo, agrimensores o topógrafos.

Toda proyección tiene asociados unos parámetros que han de señalarse. A este conjunto (procedimiento de conversión y parámetros) lo llamamos **SISTEMA DE PROYECCIÓN**.

Desde aproximaciones que tienen un fundamento teórico enteramente formal, pasamos a la descripción y el análisis con criterios no siempre manifestados pero que tienen gran trascendencia.

PARÁMETROS: valores de constantes que utilizados en una proyección permiten la obtención de mapas específicos. Varían con cada proyección. Ejemplos de parámetros son el ámbito territorial, la escala o la determinación del meridiano central⁷.

El territorio de partida suele darse por supuesto sin que se capte su importancia, alcance o trascendencia. El ámbito a proyectar es una primera decisión que no es inocua. El espacio terrestre puede pretender la totalidad del esferoide o una delimitación reconocida del mismo. Son dos cartografías diferentes en cierto modo. Los objetivos también aparecen distintos⁸. Cuestiones que han de tratarse separadamente son la elección de una proyección, los problemas en el cálculo y en el dibujo, también la recopilación e integración de datos.

Entre los parámetros iniciales se denominan:

EXTENSIÓN (límites N, S, E y O): delimitación de un territorio para la proyección. Usualmente, rectángulo descrito mediante coordenadas geográficas o coordenadas proyectadas⁹. Conviene la indicación de su orientación, aunque ya quede indicada con las cuatro coordenadas.

ORIGEN o VÉRTICE DE PROYECCIÓN: coordenadas de latitud y de longitud del punto utilizado como origen de la proyección. Punto para el que se calcula la proyección.

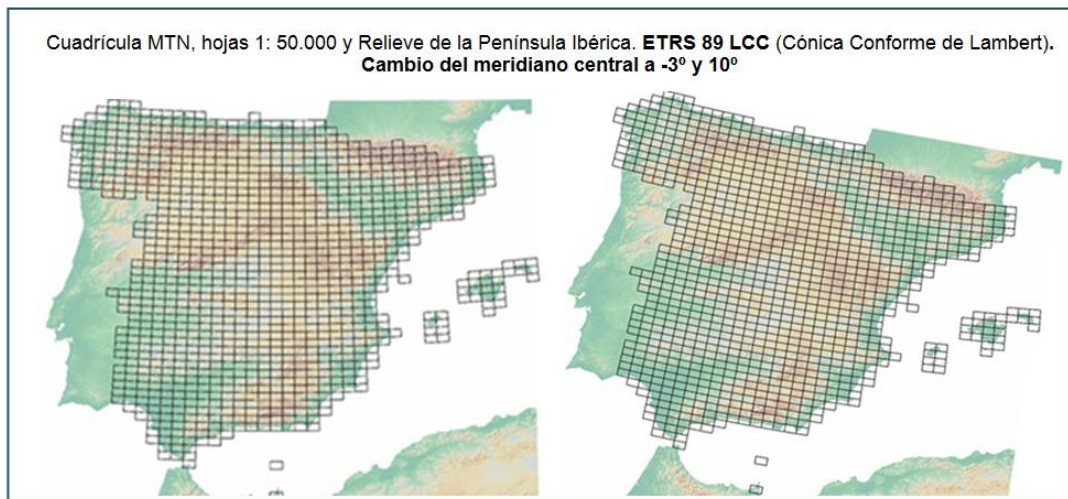
MERIDIANO CENTRAL (λ_0): meridiano del origen de la proyección. Usualmente, es una línea recta que es el eje de simetría del mapa. En su representación, sirve como origen de las coordenadas X. Es sinónimo de **LONGITUD DE ORIGEN** y de **LONGITUD CENTRAL**.

PARALELO CENTRAL (φ_0): paralelo del punto que fijamos como el origen. Corta perpendicularmente al meridiano. Sirve como origen de las coordenadas Y. Es sinónimo de **LATITUD DE ORIGEN** y de **LATITUD CENTRAL**. Puede situarse fuera del rectángulo de la extensión.

⁷ Traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989), pág. 2-4.

⁸ The outline of the map influences the message the map communicates. A circular outline is said to give a good impression of the spherical shape of the Earth (Dahlberg 1991). A rectangular outline has the advantage that it fits fairly in the format of a piece of paper", **DELMELLE, E.** (2012), pág. 10.

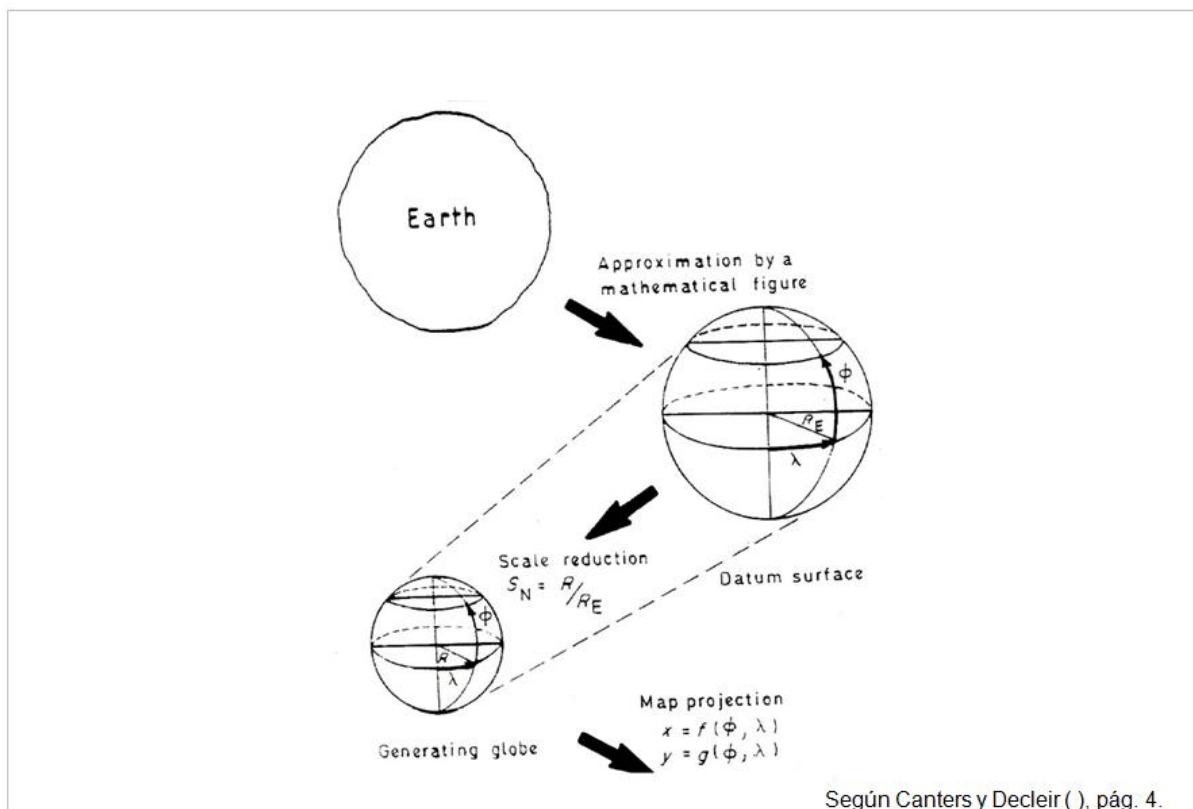
⁹ Maling habla de ello en pág. 160.



CC Javier Espiago - SCUAM

En este ejemplo, la Península Ibérica modifica su orientación en el dibujo al sustituir el meridiano central -3° , que pasa por el centro del territorio peninsular, por el meridiano 10° , que es el recomendado para el conjunto del territorio europeo.

SISTEMA CONCEPTUAL DE PROYECCIÓN: descripción para el entendimiento y la visualización de los fundamentos de un sistema de proyección, aunque puede no corresponderse con el método analítico o matemático¹⁰.



¹⁰ Traducción y adaptación del vocabulario de SNYDER, J. y VOXLAND, P. (1989), pág. 2-4.

En la práctica, utilizamos un exiguo número, pero existe una gran diversidad de proyecciones. Las agrupamos en varias clases que se combinan de múltiples maneras y reciben un enjambre de nombres que las singularizan y no muestran la sencillez del asunto. Conceptualmente, se entienden como transformaciones sistemáticas con un reducido número de procesos. Definiremos conceptos de amplio uso que acompañaremos de ilustraciones gráficas. Facilitan la comprensión de algo que, finalmente, ha de obtener siempre una representación.

Procesos para la proyección

En un sistema organizado, elegido un territorio, los procesos son los siguientes:

1. Determinación de las coordenadas

Determinación de las coordenadas sobre la superficie de referencia o DATUM que es la figura que aproxima el tamaño y la forma de la tierra. Es la georeferenciación sobre el elipsoide que ya hemos visto en capítulos anteriores.

2. Reducción de la escala

Reducción de la escala mediante la que se transforma el DATUM en una esfera o un esferoide de menor tamaño que recibe el nombre de GLOBO GENERADOR. Esta reducción la conocemos como ESCALA NOMINAL o PRINCIPAL (S_n).

Se expresa como: $S_n = R/R_e$, siendo R el radio del globo generador y R_e el del datum.

ESCALA NOMINAL: Expresión de la escala utilizada¹¹.

Según acuerdo, la indicación de escala puede hacerse en forma de razón (por ejemplo, 1: 50.000), de quebrado (1/ 50.000) o de correspondencia entre cantidades (10 cm = 25.000 km). Se llama escala gráfica a su expresión dibujada permitiendo mediciones directas. Como es un cociente, cuanto más grande es el denominador, más pequeña es la escala. Una escala 1: 1 000.000 es más pequeña que una escala 1: 50.000.

Según acuerdo, la indicación de escala puede hacerse en forma de razón (por ejemplo, 1: 50.000), de quebrado (1/ 50.000) o de correspondencia entre cantidades (10 cm = 25.000 km). Se llama escala gráfica a su expresión dibujada permitiendo mediciones directas. Como es un cociente, cuanto más grande es el denominador, más pequeña es la escala. Una escala 1: 1 000.000 es más pequeña que una escala 1: 50.000.

Tradicionalmente, en esa reducción se atendía al tamaño del papel o de la superficie en la que se dibujaba el mapa. Con el registro digital no desaparece la reducción de escala que sigue siendo una operación necesaria

¹¹ Traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989), pág. 2-4.

para el entendimiento del mundo. Además, en el almacenamiento digital, preferentemente en bases de datos, hablamos de resolución y de precisión en la escala de obtención de datos. Por último, para su comprensión utilizamos representaciones diversas, como las pantallas e impresoras, en las que se necesita una reducción.

FACTOR DE ESCALA DEL MERIDIANO CENTRAL: multiplicador que permite la reducción de las distorsiones en el área proyectada (por ejemplo, es 0,996 en el sistema UTM, como veremos).

Sobre este asunto de la escala de los mapas existe un error generalizado. Con una única escala, la reducción no la efectuamos directamente entre la tierra y la superficie para la representación. Es entre la tierra y el globo generador. Forzosamente, en los mapas habrá una diversidad de escalas fruto de la proyección de un esferoide sobre un plano. El equívoco se fortalece con el uso de mapas en los que aparece la expresión de una única escala que no entendemos que es la escala nominal¹².

ESCALA GRANDE: mayor a 1: 75.000 aunque este límite es flexible.

ESCALA PEQUEÑA: menor a 1: 1 000.000 aunque a veces el límite se pone en 1:250.000¹³.

3. Determinación de la superficie de proyección.

Puede idearse cualquier superficie de proyección haciendo referencia siempre al plano, al cono y al cilindro.

PROYECCIÓN ACIMUTAL: aquéllas cuyo esquema conceptual es el plano.

También suelen llamarse planares o cenitales. Se llaman acimutales porque muestran sin cambios el acimut o dirección desde un punto central a otro.

Las proyecciones cónicas y cilíndricas exigen el desarrollo posterior sobre un plano de estas dos figuras geométricas que son, por lo tanto, superficies intermedias.

PROYECCIÓN CÓNICA: aquella cuyo esquema conceptual es un cono que luego se corta para desarrollarse en un plano.

PROYECCIÓN CILÍNDRICA: aquella cuyo esquema conceptual es un cilindro que luego se corta para desarrollarse en un plano.

Existen otras superficies de mayor complejidad y, comparativamente, de una utilización casi marginal en la práctica. Teóricamente son tan importantes como las otras y algunas se utilizaron ampliamente en siglos pasados. Se llaman proyecciones pseudo-cónicas, pseudo-acimutales y policónicas a las que emplean una

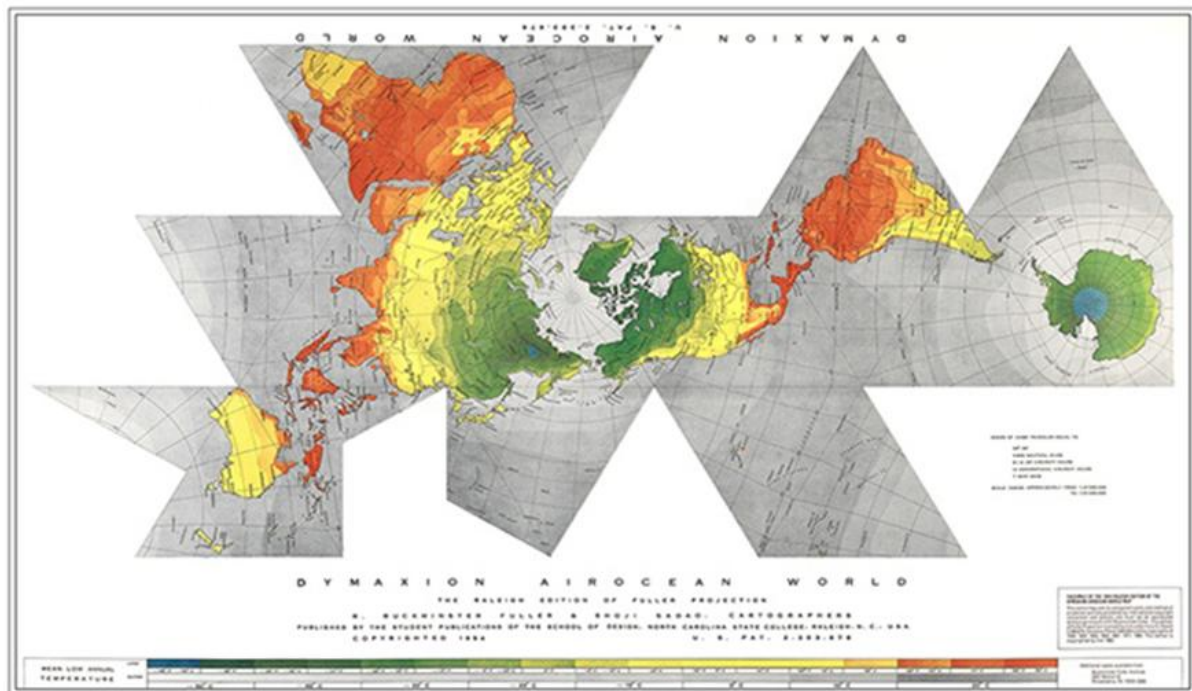
¹² Nota sobre publicación IGN.

¹³ Ambas definiciones son traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989), pág. 2-4.

superficie cuyo desarrollo en el plano es un trazado curvado en aquellas líneas que aparecían como líneas rectas en las clases cónicas, acimutales y cilíndricas, respectivamente. Finalmente, referiremos como pseudo-cilíndricas a las que tienen un trazado curvado de los meridianos de la clase cilíndrica, pero mantienen el trazado rectilíneo en los paralelos. Un caso especial es el de las proyecciones sinusoidales que mantienen las áreas sin distorsión.

En las recomendaciones europeas se emplea un solo caso de proyección acimutal, otro único caso de proyección cónica y, finalmente, una proyección cilíndrica en la que nos detendremos. Las dos primeras, en representaciones a grandes escalas y con un utilidad que no es de precisión métrica. En el pasado, en cambio, encontramos otras aproximaciones a las superficies de proyección, como el conocido poliedro del siglo XIX y buena parte del XX en España. Si no entramos en un análisis histórico, podemos dejarlas a un lado. Es lo que hacemos con las periclitadas arrobos, leguas, yardas y otras unidades antiguas que no se aceptan, hace tiempo, en la normalización internacional.

Para el mapa del mundo y en algunos atlas sobre regiones fuera del territorio europeo, todavía encontramos poliedros y superficies intermedias de refinamiento matemático. Los desarrollos de asombrosas figuras aparentes distorsionan las distancias exigiendo un control mental más complejo que el de los conos y cilindros.



<http://www.geni.org/globalenergy/shop/additional/raleighprojection-addtnl.shtml> con copyright.

4. Determinación de la posición y la orientación de la superficie de proyección. Aspecto.

ASPECTO: localización de la superficie de proyección respecto al eje de la tierra¹⁴.

¹⁴ Traducción y adaptación del vocabulario de SNYDER, J. y VOXLAND, P. (1989), pág. 2-4.

En la orientación del plano, según su aspecto, las **proyecciones acimutales** se clasifican en polares (el plano es perpendicular al eje de rotación del globo), ecuatoriales (el plano es perpendicular al plano ecuatorial) y oblicuas (cualquier otra posición del plano).

ASPECTO POLAR: en las acimutales, cuando la tierra se muestra desde el eje polar. El polo está en el centro del mapa.

ASPECTO ECUATORIAL: en las acimutales, un punto del ecuador es el origen o centro de proyección. Para las restantes superficies, se prefiere los nombres de CONVENCIONAL, NORMAL o REGULAR.

Si se utilizan **conos** o **cilindros** como superficies intermedias, los nombres de la orientación son: regular (el eje del cono o del cilindro es paralelo al eje de rotación del globo), transversal (el eje de la superficie es perpendicular al eje de rotación del globo) y oblicua (cualquier otra posición de la superficie de proyección).

ASPECTO REGULAR: el eje terrestre es paralelo al eje del cono o el cilindro. Puede llamarse también ASPECTO CONVENCIONAL y ASPECTO NORMAL.

ASPECTO TRANSVERSAL: rotación del eje terrestre en 90° en las cónicas y cilíndricas. En las acimutales se prefiere el nombre de ASPECTO ECUATORIAL¹⁵.

ASPECTO OBLÍCUO: el origen no se sitúa ni en el polo ni en un punto del ecuador¹⁶. Se llama así tanto en las acimutales como en las cónicas y cilíndricas.

ASPECTO DIRECTO: esquema conceptual que proporciona los cálculos más sencillos.

En las acimutales el aspecto directo es el aspecto polar. Todos los meridianos se espacian en sus verdaderos ángulos, se dibujan como líneas rectas y son los radios de círculos concéntricos que dibujan los paralelos.

En las cónicas y cilíndricas el aspecto directo es el aspecto regular. En las cónicas los meridianos son líneas rectas equidistantes y son los radios de los arcos que trazan los paralelos. En las cilíndricas los meridianos son rectas paralelas y equidistantes y los paralelos de latitud rectas paralelas y perpendiculares a los meridianos.

La recomendación europea es acimutal para el plano, regular para el cono (el eje coincide con el de rotación de la tierra) y transversal para el cilindro. No se contemplan otras superficies ni aspectos. Véase la figura de la página siguiente.

¹⁵ Traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989)

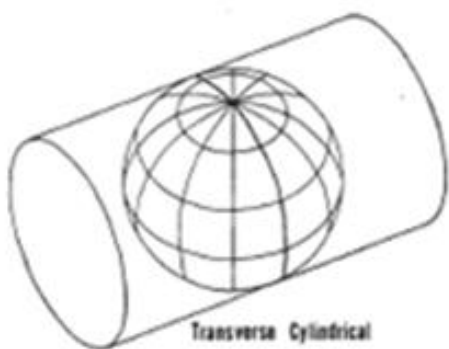
¹⁶ Idem



Regular Cylindrical



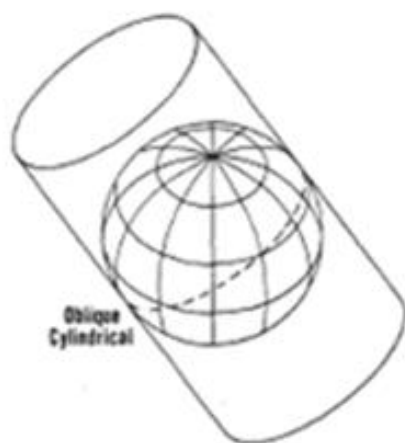
Regular Conic



Transverse Cylindrical



Polar Azimuthal
(plane)



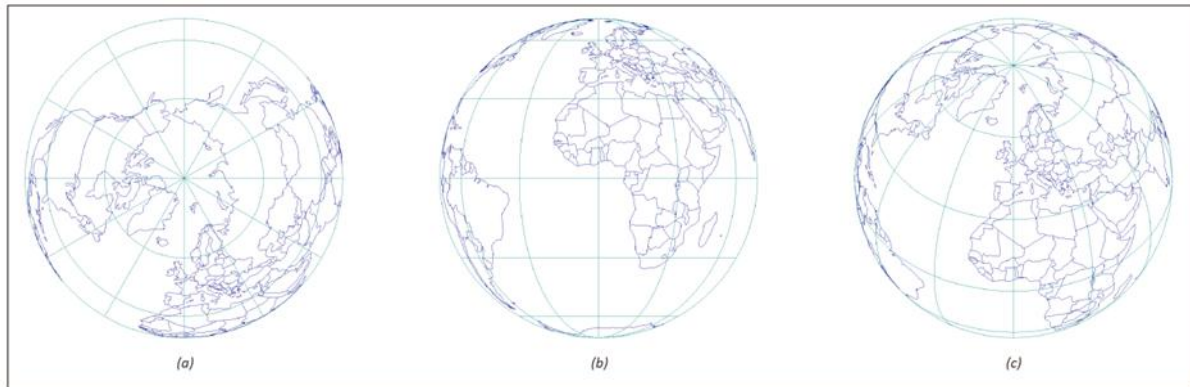
Oblique
Cylindrical



Oblique Azimuthal
(plane)

Según Snyder, pág. 6.

Ayuda a su entendimiento la ilustración, para la tierra en su conjunto, de la proyección acimutal polar (a), ecuatorial (b) y oblicua (c)¹⁷:



5. Determinación de la tangencia de la superficie de proyección.

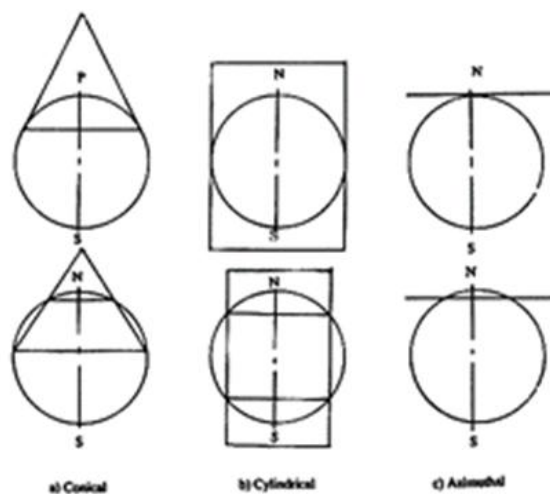
Generalmente, el eje del cono o del cilindro se hace pasar por el centro del globo generador, pero las superficies pueden ser tangentes o secantes a dicho globo.

También las podemos situar a una distancia dada. En el primer caso existirá una única línea de tangencia, en el segundo caso existirán dos líneas secantes. En las proyecciones acimutales polares existirá un único punto de tangencia. Si hay un plano secante, existirá una línea secante.

A estas líneas de los planos, conos o cilindros, se las denomina **líneas estándar de la proyección**.

PARALELO ESTÁNDAR: cuando mantiene la escala nominal. Habrá dos en las proyecciones secantes cónicas y cilíndricas. Uno solo en las acimutales estereográficas. Hablamos de **PRIMER PARALELO ESTÁNDAR** y **SEGUNDO PARALELO ESTÁNDAR**.

CONO Y CILINDRO TANGENTES: cuando tocan al esferoide a lo largo de una única línea.



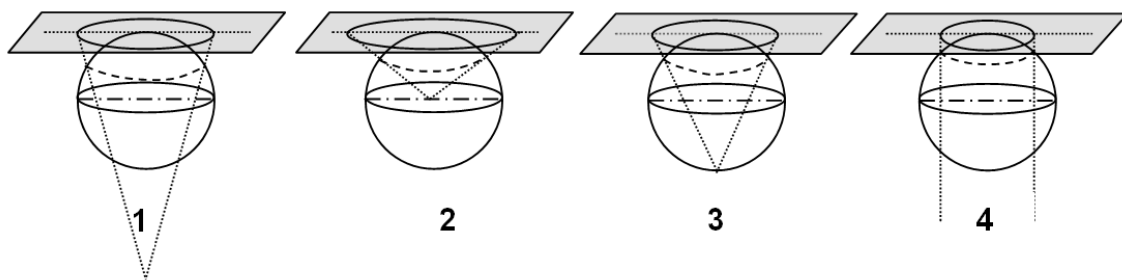
Esta línea es un paralelo de latitud si los ejes de esas figuras coinciden.

¹⁷ OMERLING, F. y RYSTEDT, B. (eds.) (2014), pág. 73.

6. Determinación del vértice de proyección.

En cartografía de coordenadas terrestres y según la posición del punto utilizado para la proyección, denominado **origen** o **vértice de proyección**, las clases son:

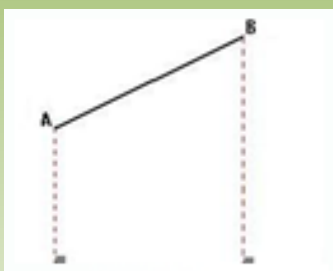
- **Escenográfica, exterior o perspectiva:** el vértice de proyección es exterior al globo generador, pero a una distancia finita, 1.
- **Central** (o gnomónica): el vértice de proyección y el centro del globo generador coinciden. Los ejemplos de Snyder son las proyecciones llamadas gnomónicas (precisamente) y la cilíndrica central, 2.
- **Opuesta o estereográfica:** el vértice está situado en un punto de la superficie del globo generador, 3.
- **Ortográfica:** el vértice de proyección está situado en el infinito, 4.



Javier Espiago-SCUAM

PROYECCIONES DE LA TIERRA PLANA Y PROYECCIONES PERSPECTIVAS.

En geometría convencional euclidiana, se llaman proyecciones a las correspondencias auxiliadas por rectas que son paralelas y perpendiculares al plano de proyección. Por eso se conocen como proyecciones ortográficas o proyecciones ortogonales. Se proyectan desde un vértice situado en el infinito como acabamos de ver. A diferencia de la cartografía, las coordenadas a proyectar son también las de una geometría plana.



En geografía han de proyectarse coordenadas que están en la superficie tridimensional de un elipsoide. El plano es la superficie en la que se proyectan.

La tierra plana es una reducción inconveniente que ha encontrado utilidad en proyectos aislados en los que no actúa la esfericidad. No es una actuación correcta cuando un levantamiento particular se integra en un territorio más amplio. Los antiguos mapas topográficos del IGN con proyección de una tierra plana en cada hoja 1: 50.000 no podían mostrar la continuidad territorial.

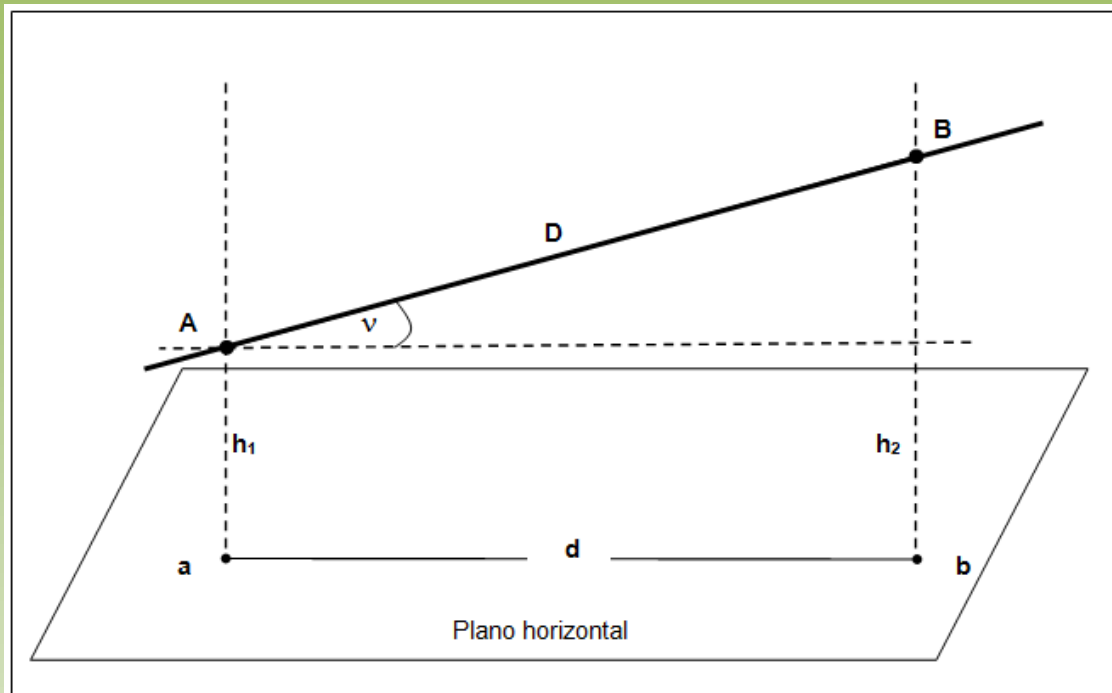
Si observáramos la tierra desde el exterior no la veríamos siempre como la calculan y nos la representan las anteriores proyecciones. El ojo percibe con menor tamaño lo que está más lejos. Se llama **proyección perspectiva** a la que se fija con esta característica. Las cartográficas no siempre la tienen, lo que se utiliza para su clasificación teórica. En cartografía geográfica son herramientas para la percepción y para otros cálculos.

Las imágenes fotográficas con geometría perspectiva, analógicas y digitales, han sido de gran utilidad en la obtención de datos cartográficos y en la representación naturalista de la tierra. En su georreferenciación completa han de trasladarse a una proyección cartográfica para que puedan superponerse al resto de información geográfica.

Proyección ortográfica de la tierra plana

En una primera aproximación, la representación de la tierra puede suponerse plana. Esto es suficiente en gran número de aplicaciones (no auténticamente cartográficas) que, generalmente, abarcan pequeñas extensiones territoriales. Geográficamente, estas aproximaciones planas pueden ser fuente de numerosos errores y problemas. En ocasiones, se utilizaban por la simplicidad de los procedimientos de cálculo antes que por otra cosa. Aunque traten territorios pequeños no pueden integrarse en uno mayor en el que habrá que considerar la esfericidad.

La localización de un punto **B** se construye midiendo su distancia a **A** y el ángulo **v**



Gráficamente, la línea AB definida sobre el terreno se proyecta ortogonalmente sobre un plano horizontal, obteniéndose la línea **ab** a la que se la denomina **distancia horizontal (d)**.

Conociendo la altura de A sobre el plano horizontal (**h₁**) podemos calcular la altura de B sobre el mismo plano (**h₂**) mediante la fórmula:

$$h_2 = h_1 + d \tan v$$

Para la corrección de la distancia medida en **d** considerando la inclinación de la línea AB sobre la horizontal, partimos de la fórmula que permite el cálculo de d según el ángulo de pendiente y la distancia entre A y B (a la que llamaremos D):

$$d = D \cos v$$

Si a la corrección de la inclinación la denominamos ΔD :

$$d = D - \Delta D \text{ ó } \Delta D = D - d \text{ y sustituyendo: } \Delta D = D - D \cos v = D (1 - \cos v) \text{ ó}$$

$$\Delta D = 2D \text{ sen}^2 v/2$$

Si esta distancia la comparamos con la obtenida en la tierra esférica el error que cometemos al no considerar la curvatura terrestre se expresa mediante la fórmula:

$$\text{Error de la distancia horizontal debido a la esfericidad} = \frac{AB^3}{12 R^2},$$

siendo R el radio de una tierra esférica.

El ojo humano no percibe, por término medio, una distancia menor a 0,25 mm. Aceptando un valor de $R = 6.371.007,1810$ calculamos el error debido a la esfericidad según las distancias perceptibles en las diversas escalas.

Funciones analíticas.

Conversión de coordenadas tridimensionales en coordenadas planas.

La correspondencia entre los puntos del globo generador y sus homólogos en el plano se expresa mediante funciones analíticas de las coordenadas geográficas. Son expresiones algebraicas que nos permiten pasar de los procesos conceptuales que venimos viendo a procedimientos prácticos formales. Mediante una función matemática, se define una relación entre coordenadas en el elipsoide y coordenadas en un plano. Estas funciones de proyección junto a la determinación de los parámetros organizan un sistema geográfico de proyección.

Funciones de transformación directa: funciones de transformación de coordenadas geográficas del datum φ y λ en coordenadas rectangulares (x, y) o polares (r , θ) formadas en el plano.

Funciones de transformación inversa son las que permiten la obtención de valores de coordenadas geográficas a partir de las correspondientes coordenadas planas.

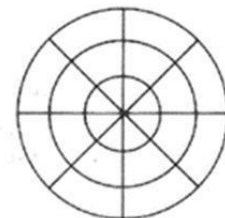
Además de las relaciones según las superficies de proyección, incluyen las determinaciones de orientación, tangencia y vértice de proyección.

La conversión se expresa de forma analítica mediante las siguientes relaciones genéricas (Utilización de Canters, pág. 29):

$$\begin{aligned}x &= f(\Phi, \lambda). \quad r = f(\Phi, \lambda) \\y &= f(\Phi, \lambda). \quad \theta = f(\Phi, \lambda)\end{aligned}$$

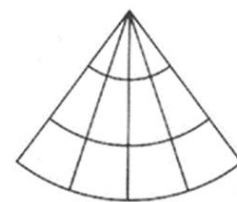
- Para superficies acimutales: $r = f(\Phi)$
 $\theta = \lambda$

Los paralelos son círculos. Las coordenadas planas las expresamos como coordenadas polares.



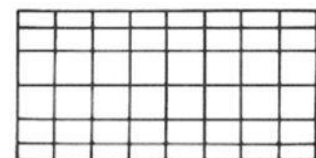
- Para superficies cónicas: $r = f(\Phi)$
 $\theta = n\lambda$

Los paralelos son arcos de círculo. Las coordenadas planas las expresamos como coordenadas polares.



- Para superficies cilíndricas normales: $x = k \lambda$
 $y = g(\Phi)$

Meridianos y paralelos son líneas rectas que se cortan en 90°. En las transversales son curvas complejas. Las coordenadas planas las expresamos como coordenadas rectangulares.

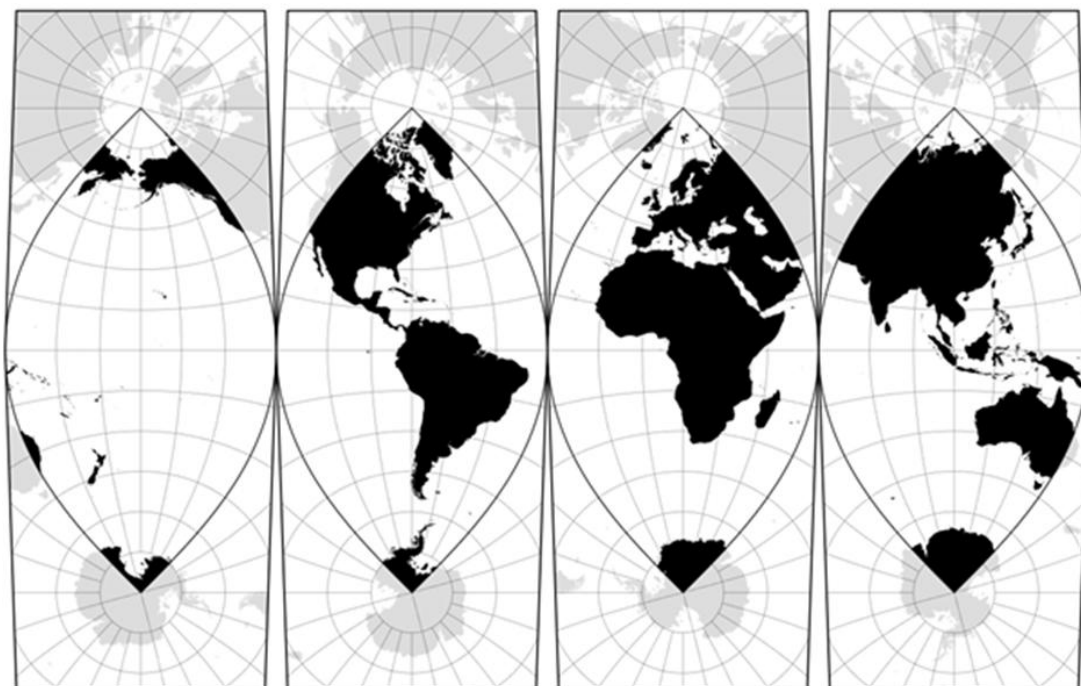


Propiedades de las proyecciones

Distorsiones

Como hemos anunciado, utilizando una única escala nominal, cuando el globo generador se proyecta sobre un plano esa escala solo se mantiene en algunos puntos o líneas del mapa, llamados **PUNTOS** o **LÍNEAS DE NO DISTORSIÓN**. La esfera o el esferoide son superficies continuas y el mapa es una superficie plana y delimitada por lo que se introduce alguna distorsión o alteración de la escala nominal. Generalmente, **la escala varía de un punto a otro del mapa** y es diferente en cada dirección. Una proyección es equidistante únicamente en un sentido limitado; no existe ninguna proyección que conserve las distancias en todas las direcciones. La división del esferoide en varios territorios proyectados en un plano es un presupuesto necesario para el que se ha utilizado el nombre de proyección interrumpida.

PROYECCIÓN INTERRUMPIDA: división del esferoide proyectado en secciones separadas pero unidas en puntos específicos o a lo largo de algunas líneas. En el aspecto típico, en mapas globales, el ecuador es una línea de unión de sectores y las divisiones utilizan meridianos con valores naturales. Cada sector tiene un meridiano central de este tipo. Persigue la reducción de las distorsiones a escalas pequeñas¹⁸.



Mercator Transversal con cuatro meridianos centrales¹⁹ (165°O, 75°O, 15°E y 105°E). Malla de 15°.

¹⁸ Traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989), pág. 2-4. En <https://www.jasondavies.com/maps/> se dedica una entrada a estos mapas y se dice: In some ways, all 2D maps of Earth are interrupted at some point, even if it's just along the antimeridian at 180°. En los mapas del globo "Interruptions are often in areas of less interest e.g. oceans for a land-focused map". UTM es un sistema global de proyecciones interrumpidas persiguiendo mapas a gran escala. Cada proyección elige un huso de 6° con el meridiano central a una distancia de 3°.

¹⁹ De <https://www.jasondavies.com/maps/interrupted-transverse-mercator/> citando a Victor Schrader World Map on an Interrupted Transverse Mercator Projection, The American Cartographer, Volume 16, Issue 4, 1989 "The extension of map detail beyond the 90° gores minimizes discontinuities produced by this interrupted arrangement of the graticule".

La **DISTORSIÓN DE ESCALA (m)** se mide como distancia entre dos puntos del mapa (s) dividida por la distancia original en el globo generador (S):

$$m = \text{dif } s / \text{dif } S$$

Si $m \neq 1$ la proyección ha distorsionado (aumentado o reducido) la escala nominal. En ese caso, la verdadera escala a la que se ha proyectado un punto o escala local vendrá dada por:

$$S = S_n * m$$

Además de la magnitud, la escala varía según sea la dirección. Las áreas quedarán deformadas por ello.

DISTORSION: variación de la escala nominal en un área o una línea o variación de las formas o los ángulos²⁰.

La medida de la distorsión de la escala nominal suele calcularse a lo largo de la dirección de los meridianos (la indicamos con h), de la dirección de los paralelos (k) y en la denominada **DIRECCIÓN PRINCIPAL** que es aquella dirección en la que la distorsión es máxima.

ESCALA CONSTANTE: escala uniforme a lo largo de una línea del mapa, aunque no sea la misma que la escala nominal.

MERIDIANOS AUTOMECOICOS: en los que no se distorsiona la escala. Intervienen en la elección de proyecciones.

PROYECCIÓN DE MÍNIMO ERROR: para cada clasificación, proyección con el mínimo error total de acuerdo con criterios matemáticos (como por ejemplo, mínimos cuadrados de las diferencias de escala)²¹.

Análisis de distorsiones. Indicatriz de Tissot

Ya sabemos que cada punto sobre la tierra se representa como otro punto proyectado. En cada localización terrestre, la intersección de dos perpendiculares (90°) se proyectará como una intersección con el mismo ángulo o con uno diferente. Las distorsiones de un círculo de radio =1 tendrán en su proyección una dirección con un valor máximo y otra dirección con un valor mínimo. Si la proyección es conforme, al conservarse los ángulos, volverá a ser otro círculo, aunque variará su tamaño. En las restantes, solamente unos pocos puntos se mantienen como ángulos rectos. Un círculo de radio uno sobre el esferoide tenderá a ser una elipse en su proyección matemática ortogonal que es la que utilizamos en este análisis. Su cálculo infinitesimal y la representación en una malla de intervalos elegidos es la indicatriz de distorsión o indicatriz de Tissot. Un diagrama que muestra las distorsiones numéricamente y con ilustraciones. Sirve para el estudio de la separación de paralelos y del trazado de meridianos y paralelos en una malla que también refleja las distorsiones.

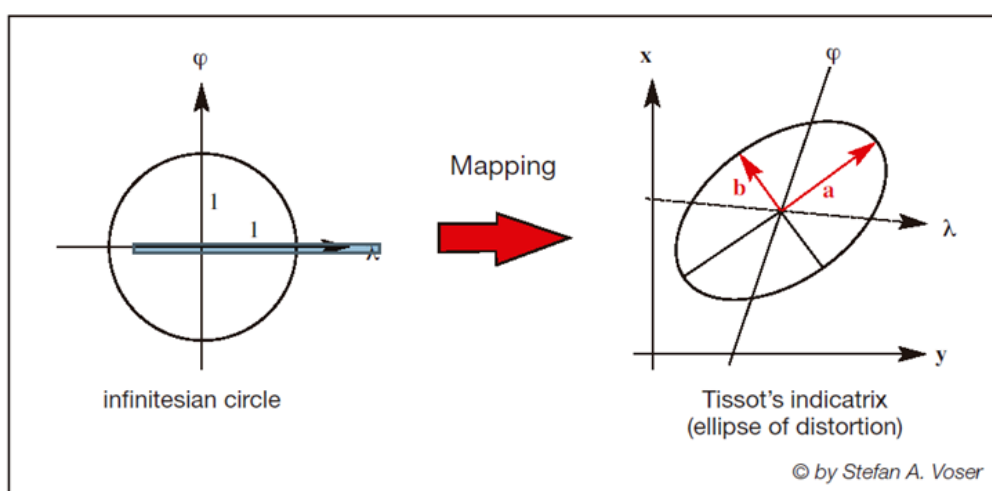
²⁰ Traducción y adaptación del vocabulario de **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989), pág. 2-4.

²¹ Idem

INDICATRIZ DE DISTORSIÓN (o de Tissot): dibujo de una malla de meridianos y paralelos con el trazado de círculos o elipses que son la proyección ortogonal de círculos (infinitamente pequeños) sobre la tierra.

Para ese trazado, la dimensión de los dos ejes es proporcional a las escalas máxima (eje a) y mínima (eje b de la elipse) en cada punto. En los dos ejes también se define su nueva dirección.

La red esferoidal de meridianos y paralelos, expresados en grados, se proyecta en el plano (siempre ortogonalmente) obteniendo una malla que no es, necesariamente, rectangular. En las intersecciones se dibujan elipses con la distorsión de escala de las áreas y las direcciones. Las características de esa malla y el estudio de las elipses permiten el análisis de las transformaciones.



Además del estudio formal del tamaño y la orientación de las elipses, en la malla de meridianos y paralelos proyectados destacamos otras valoraciones más cualitativas²².

Simetría

Su ausencia motiva “confusión y repulsión (unatractiva). Ayuda en la orientación del conjunto territorial proyectado.

Regularidad

También es una ayuda en la percepción del ámbito proyectado. La red inicial de meridianos y paralelos, enteramente regular sobre el elipsoide, se compara con la regularidad (y con la simetría) de la malla proyectada.

Espaciado

El espaciado o separación de los paralelos puede mantenerse igual, ser creciente o decreciente. “En la mayoría de proyecciones... influye en la conservación de la equivalencia²³.”

²² Delmelle (2001).

²³ Delmelle (2001) citando a Hsu (1981). Añade que un espaciado uniforme evita “extreme compression or stretching in the North-South direction. A decreasing spacing is often the guarantee to meet this criterion, at the cost of a severe compression of the polar areas”. However, the spacing can be reduced and replaced by a stronger convergence of the meridians towards the poles”.

Geometría de meridianos y paralelos.

Líneas rectas de los paralelos cortando en ángulos rectos a líneas rectas de los meridianos dibujan una malla proyectada que es rectangular perteneciendo a la clase cilíndrica. (En los mapas del globo) cuando el cruce en la malla es menor de 90°, se considera que el lector lo percibe de forma agradable (pleasing).

Los paralelos son círculos sobre el esferoide y los meridianos son elipses. En su proyección, únicamente pueden dibujarse como arcos. El dibujo combinado de esos arcos traslada la idea de una tierra esferoidal y no de una tierra plana. Meridianos curvados que convergen en los polos permiten el trazado de los continentes en sus ángulos originales.

Clasificación

Clasificamos las distorsiones en angulares, lineales y de superficie²⁴. Según sean, denominamos:

1. PROYECCIONES CONFORMES: todos los ángulos son correctamente representados. La malla de meridianos y paralelos se representará ortogonalmente, (por ello, también se llaman proyecciones ortomorfas) aunque no todas las proyecciones en las que los meridianos corten perpendicularmente a los paralelos son conformes. (Otros nombres eruditos son proyecciones autogonales y proyecciones isógonas)²⁵.

2. PROYECCIONES EQUIVALENTES o DE IGUAL ÁREA: no introducen distorsión en la dimensión de las áreas, aunque las formas de las superficies representadas dejen de ser semejantes a las iniciales y se modifican los ángulos. (Otra denominación es la de proyecciones autálicas), (**EQUAL AREA** es la denominación preferida en lengua inglesa)²⁶.

La distorsión de las áreas aumenta desde el punto o las líneas que están a la escala nominal. Su empleo en escalas pequeñas mostrando regiones de gran tamaño incrementa la distorsión de ángulos y formas según nos alejamos del origen de la proyección²⁷.

3. PROYECCIONES EQUIDISTANTES: conservan las distancias en determinadas direcciones. En un sentido más restringido se aplica a las que no introducen distorsión de escala a lo largo de todos los meridianos. En este último caso, pueden llamarse proyecciones **automecoicas**.

²⁴ Se llaman anamorfosis (del griego) por los especialistas.

²⁵ Por su parte, Delmelle (2001) dice: "This feature is of extreme importance for navigational and military purposes where the angles from two geographic locations must be preserved. The conformality property also shows application in mapping **flow lines** (Hsu 1981). It should be noted that the preservation of angles does not yield to the preservation of shapes".

Añade una nueva clase formada por las proyecciones con acimutes correctos: "A projection showing azimuths correctly is an important feature in **navigational** charts and has an important application in representing radar ranges for instance (Hsu 1981). On azimuthal projections, all great circles that pass through the center of the projection will be represented as straight lines radiating from the center of the projection".

²⁶ Nuevamente "is an essential criterion for the mapping of **political, statistical or economical variables** (Hsu 1981). The equal-area property is very important for the display of **density by dots**. The projection process could yield a distorted shape, but as long as the area is preserved the density of the points will remain the same. This can be violated through the choice of a non equal-area projection that would enlarge areas. The dots would be scattered too much and therefore change the meaning of the map". Matizando honestamente lo anterior: "Nevertheless, it seems that the quality of equivalence is accorded somewhat greater significance that it actually warrants. As Robinson (1949) points out, the human eye is not particularly precise in its observation of irregularly shaped areas. Even a person very much aware of the sizes of the continents would barely be able to recognize a 15% error in the areal representation. Therefore, Robinson opts to disregard the automatic use of equal-area projections when it appears commonsense that improvement in the presentation of other properties might provide a better total representation than would strict equivalence". He añadido las negritas en los párrafos anteriores.

²⁷ "As Tissot demonstrated, the use of the equal area property generally implies a high distortion of shape, since both properties are mutually exclusive".

Son posibles en un sentido limitado. En la escala nominal, la distancia se mantiene solo desde uno o dos puntos del mapa hasta otro punto. Una proyección cilíndrica secante es siempre equidistante a lo largo de las dos líneas estándar.

4. PROYECCIONES ARBITRARIAS: no son conformes ni equivalentes, pero reducen las distorsiones en magnitudes que son consideradas aceptables para un uso práctico determinado. Un nombre erudito es proyecciones afilácticas²⁸.

Javier Espiago
Servicio de Cartografía de la Universidad Autónoma de Madrid - SCUAM
Octubre - 2017

²⁸ Id. **SNYDER, J. y VOXLAND, P.** (1989) no lo emplean, pero no es el caso de algunos especialistas de nuestro país. Para todo el globo, Delmelle añade otra propiedad que, como en medicina, llama Eumorfismo: "The name eumorphism connotes approximate true shapes of the continents. The distortion of shape is usually measured by a index developed by Boyce and Clarke. Although it remains possible to preserve true shapes at a local scale through a conformal projection, it is impossible to obtain true shape representation of landmasses in world maps (Wong 1965)."