

Cartografía geográfica. Fundamentos

Javier Espiago

Capítulo II: Georreferenciación y sistemas de coordenadas

Julio - 2017

Introducción.

Sistemas de coordenadas utilizadas en la georreferenciación

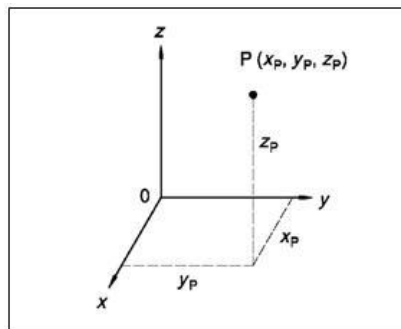
GEORREFERENCIACIÓN: atribución de coordenadas a los puntos de la tierra. Es anterior a cualquier sistema de organización, análisis y representación de información geográfica.

Existen varios Sistemas Terrestres de Referencia por Coordenadas (**CTRS**) aunque se tiende a la normalización internacional. En este caso, la determinación por coordenadas es inequívoca. De todas formas, perviven numerosos sistemas locales que dan lugar a costosos y complejos problemas de conversión de coordenadas resueltos por los geodestas. En lugar de la necesaria exigencia de una norma común, se habla de interoperabilidad o capacidad para el intercambio de datos en diferentes sistemas que han de describirse, nombrarse y codificarse. En la posición, la interoperabilidad no asegura la sencillez.

La atribución de coordenadas a los puntos de la tierra es un proceso complejo que podemos describir en las siguientes fases:

1) definición de un sistema de coordenadas tridimensionales terrestres X, Y Z.

Coordenadas cartesianas:



ISO 19111

2) su materialización (determinación práctica) para un momento temporal y

3) el control de los cambios que afectan al sistema adoptado, pues la tierra no es estática ni indeformable.

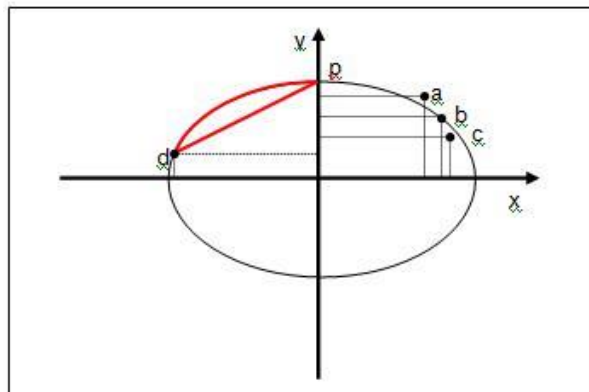
Con estas tres fases se persigue el posicionamiento astronómico, la localización y la orientación de la tierra en el Universo. También son aplicables al posicionamiento de cualquier cuerpo celeste, incluyendo la localización de los satélites artificiales utilizados en geografía. Es decir, las coordenadas cartesianas tridimensionales se emplean en la determinación de puntos de control para la georreferenciación, en navegación aérea y en la navegación espacial, como es el caso del seguimiento de satélites. Se emplean en navegación de vehículos, que no trataremos aquí, y en geodesia dinámica, donde se necesita una alta precisión. Es el punto de partida para la posterior observación de las localizaciones de entidades cartográficas

4) la definición de un sistema de coordenadas geográficas sobre una figura geométrica que ajuste la forma y el tamaño de la tierra.

Es necesario un datum o superficie de referencia sobre las que se situarán las nuevas coordenadas (φ, λ). Sin ella, la georreferenciación sería imprecisa y ambigua. La esfera fue utilizada primero como superficie de ajuste. Actualmente se usa un elipsoide. Son figuras geométricas regulares con las que se ajustan la forma y la figura física de la tierra en una reducción matemática que facilita los cálculos.

En geografía, importa conocer si las coordenadas de un punto lo sitúan en la superficie terrestre, o por encima o debajo de ésta. Sería muy difícil con el sistema X, Y, Z. Además, el cálculo de la distancia entre **p** y **d** no será la línea recta que une estos dos puntos sino el arco de una elipse. También es conveniente en geografía la adopción de un sistema que facilite el control de las direcciones convencionales N, S, E y O.

Con las figuras de ajuste adoptaremos un sistema de coordenadas angulares (φ, λ) que facilitan los cálculos de distancias, de direcciones-orientación y de áreas sobre la superficie de la tierra. Son las denominadas coordenadas geográficas, longitud y latitud. Con las coordenadas cartesianas (X, Y, Z) y con las coordenadas geográficas angulares (φ, λ), todo punto puede referirse con dos sistemas diferentes. Uno lo sitúa en el espacio el otro, respecto a la tierra¹.



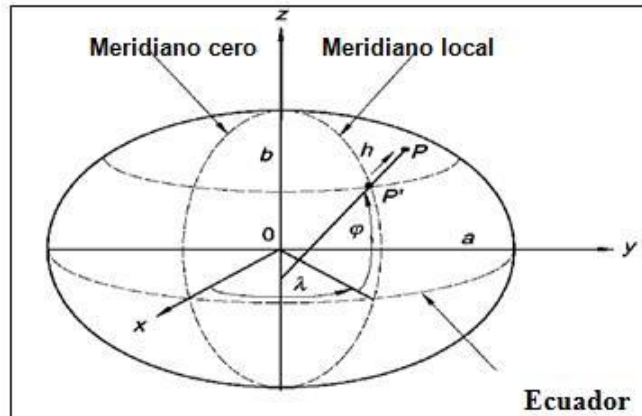
CC Javier Espiago - SCUAM

Las últimas fases del proceso son:

5) determinación de la posición de la figura de ajuste en el sistema de coordenadas tridimensionales X, Y, Z. En la práctica, puede ser anterior a la obtención de coordenadas geográficas. Actualmente, hacemos coincidir el centro X, Y, Z con el centro del elipsoide.

¹ Para el **Ordnance Survey** (2002) un sistema *terrestre* de coordenadas es un sistema de coordenadas planeado (*designed*) para la descripción de la posición de objetos sobre la superficie de la tierra (*on the land surface of the Earth*)", pág. 3. También habla de TRS (Terrestrial Reference System).

Coordenadas cartesianas y elipsoidales:



ISO 19111

6) determinación de un datum geodésico para el cálculo de la altitud, llamado datum vertical. Puede ser distinto al datum utilizado para las coordenadas (φ, λ) llamado, desafortunadamente, datum horizontal.

7) adopción de un sistema de proyección o de transformación de las coordenadas tridimensionales en coordenadas sobre un plano (lo estudiamos en un capítulo propio).

Sistema internacional de Referencia Terrestre (ITRS - ITRF)

Definición teórica del sistema (ITRS)

La posición astronómica de la tierra y la de un punto cualquiera asociado a ella (situado en el interior de esta, en la superficie o en la atmósfera) se pueden proporcionar en un sistema tridimensional con coordenadas cartesianas o rectangulares X, Y, Z. En la georreferenciación normalizada internacionalmente se utiliza el conocido como International Terrestrial Reference System (ITRS)². Es un sistema ideal o convencional con el que adoptamos unas propiedades teóricas, matemáticas y físicas.

En su definición se acepta que:

1. la tierra tiene una rotación constante alrededor de un polo astronómico.
2. el eje Z del sistema de coordenadas es el eje de rotación de la tierra determinado en la dirección señalada por el polo astronómico.
3. el origen es el centro de masas de la tierra incluyendo los océanos y la atmósfera. Por ello el sistema se denomina geocéntrico.
4. podemos situar un plano que contenga el origen, el eje Z y un punto de la superficie de la tierra adoptado convencionalmente. El eje perpendicular al eje Z, que pasa por el origen y está contenido en ese plano define el eje X.
5. el eje Y se establece 90° al este del eje X.

² Como sistema de coordenadas normalizado para todas las ciencias de la tierra de la International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) y su International Association of Geodesy (IAG) (Asamblea General de Perugia, 2007, Resolución 2). Se definen conceptos generales en la página del ITRF: <http://itrf.ign.fr/general.php>.

La escala del sistema se basa en la velocidad de la luz. La unidad de longitud es el metro y la de tiempo, el segundo.

Las coordenadas en este sistema serán coordenadas tridimensionales X, Y, Z geocéntricas.

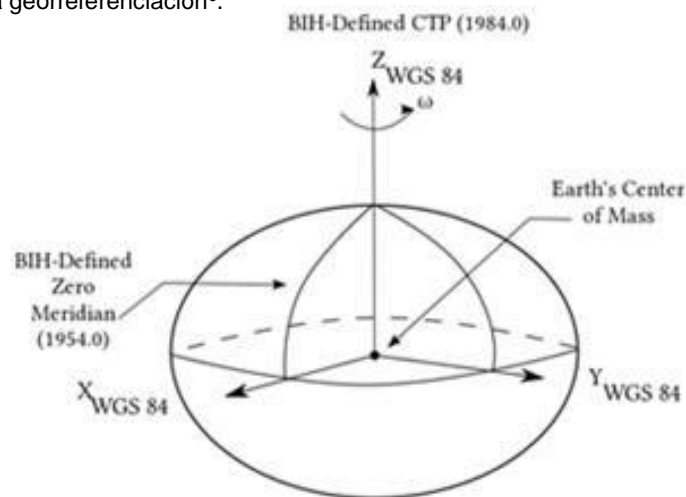
GTRS. CTRS. El sistema geocéntrico conocido con las siglas GTRS (Geocentric Terrestrial Reference System) es la manera actual para designar un CTRS (Conventional Terrestrial Reference System). Con el término CTRS designamos ahora cualquier TRS (Terrestrial Reference System), aunque no esté convenido internacionalmente (ITRS). Siempre habrá que especificar el origen, la escala y la orientación del sistema.

Determinación práctica del sistema (ITRF)

La concreción práctica (la realización o materialización) de este sistema teórico recibe el nombre de International Terrestrial Reference Frame (en siglas ITRF). Ha conocido distintas versiones³ según el cálculo de los valores que dan solución al ITRS. Con ellas, se intenta la obtención de una mayor precisión. También se persigue la adaptación a las variaciones de la masa terrestre y a los cambios de posición del polo terrestre. Las propiedades que se determinan son el origen, la escala, la orientación y la evolución temporal del sistema.

1. La posición del polo astronómico es conocida como Conventional Terrestrial Pole (CTP) cuya determinación práctica correspondía al Bureau International de l'Heure (BIH)⁴. Como la rotación terrestre está afectada por cambios en el eje, fenómeno conocido como migración de los polos, se exige situarlos siempre con referencia a un momento temporal. Actualmente se usa el primer momento temporal de 1984 (1984,0).

2. Las coordenadas del polo terrestre se implantan por el International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS)⁵ con precisión de 0.005" sobre el CTP. Este polo es conocido como IERS Reference Pole (IRP) siendo el utilizado en la georreferenciación⁶.



³ Traducidas a veces en nuestro país como "marcos ITRF" pese a la redundancia. En http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/ se descargan las versiones del International Terrestrial Reference Frame ITRF92, ITRF93, ITRF94, ITRF96, ITRF97, ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008 y el ITRF2014. Esta última versión concreta el origen, la escala y la orientación. Se describe esta realización en IERS Technical Notes, (nº 38): Z. Altamimi, P. Rebischung, L. Métivier, X. Collilieux: Analysis and results of ITRF2014, 2017.

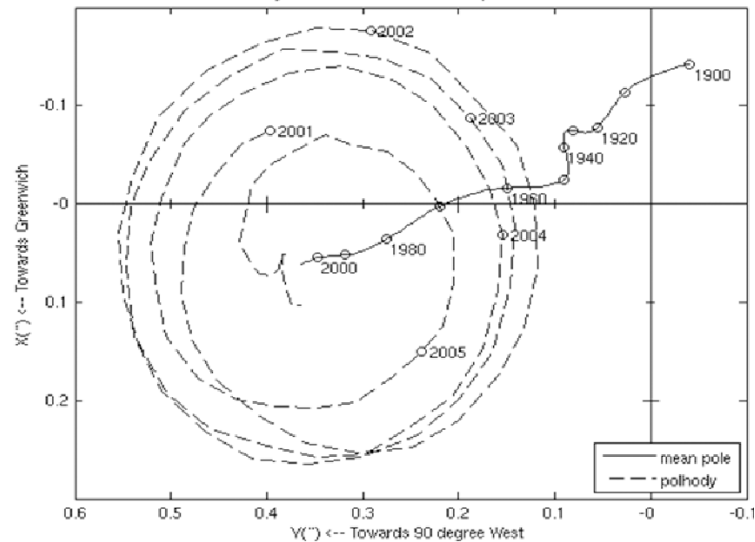
⁴ El sistema BIH se trasladó al IERS orientando el International Terrestrial Reference Frame (ITRF). No es correcta la utilización del acrónimo CIO (Conventional International Origin) para nombrar el ITRF pole.

⁵ Anteriormente International Earth Rotation Service que coincidía en sus siglas (IERS). Es un organismo de la International Astronomical Union y de la International Union of Geodesy and Geophysics, sustituyendo al International Polar Motion Service (IPMS) y a la Earth Rotation Section del anteriormente nombrado Bureau International de l'Heure (BIH).

⁶ <http://www.iers.org/>

El movimiento de los polos terrestres presenta un componente anual de trayectoria elíptica y un componente con un periodo cercano a 435 días de trayectoria circular (componente Chandler). Resulta un movimiento en espiral que, en su proyección sobre un plano y para distintos periodos de tiempo, vemos en la siguiente figura del IERS:

Movimiento del Polo 2001-2006 y desplazamiento lineal 1900-2006



<https://www.iers.org/IERS/EN/Science/EarthRotation/PolarMotionPlot.html>

La migración de los polos se interpreta por los desplazamientos y otros comportamientos de los componentes físicos de la tierra (materiales del núcleo, manto, corteza, agua subterránea, agua de los océanos y componentes de la atmósfera). Por ejemplo, la época de deshielo primaveral contribuye al componente anual lo que ocurre, así mismo, con los grandes desplazamientos de las masas de aire. Aunque no se ha demostrado con datos numéricos, se piensa que también intervienen los grandes terremotos y los embalses de agua. Todo ello bajo la acción de la fuerza de la gravedad debida al Sol, los planetas y la Luna y bajo la acción de la propia rotación. Estas acciones, además de a la migración de los polos, dan lugar a cambios en la forma de la tierra.

3. El centro de masas es el determinado en el Geocentric Reference System (GRS) de la International Astronomical Union. Desde 1996 se utiliza un valor que a la masa de la superficie sólida añade la masa de la atmósfera. También en este caso la posición varía temporalmente debido a la redistribución de la masa terrestre. Esta variación es conocida como **migración del geocentro**.

4. Como punto de la superficie instituido convencionalmente para la definición del plano meridiano origen (0° 0' 0")⁷ se elige el Observatorio de Greenwich⁸.

Control del sistema ITRF

Se observan permanentemente las coordenadas de estaciones terrestres para controlar las variaciones del origen y los ejes del sistema con lo que también se controla la orientación. Esa revisión corresponde al IERS y a

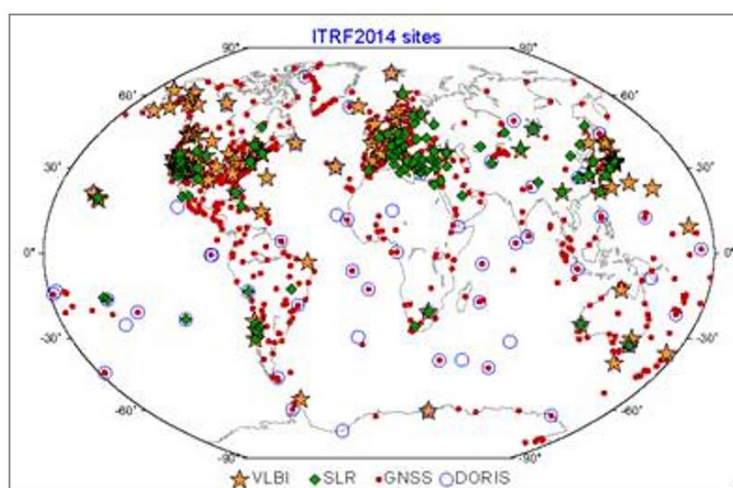
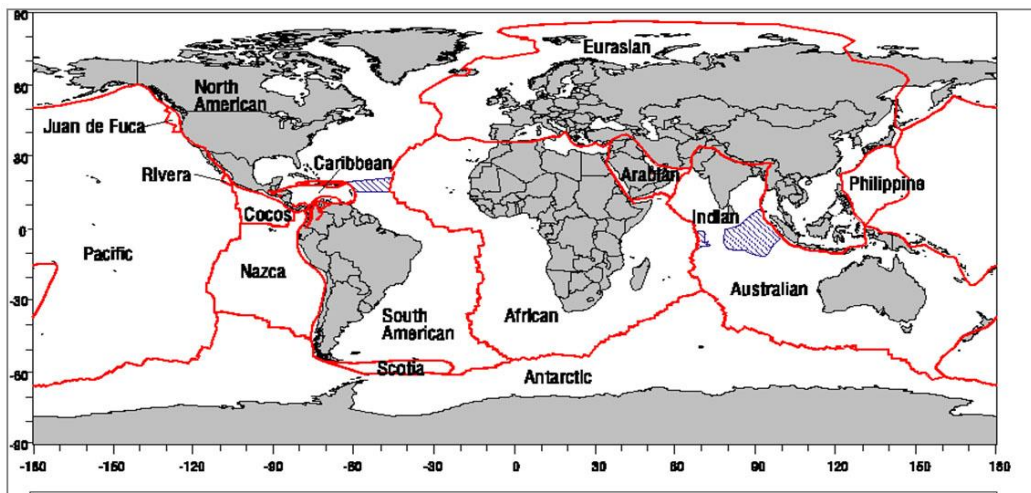
⁷ En la vertical del Observatorio, el ángulo formado con el plano ecuatorial que sirve de orientación al sistema es de 51° 28' 38". El IERS Reference Meridian (IRM) coincide con el establecido por el BIH como Zero Meridian (epoch 1984,0) con una incertidumbre de 0,005 ".

⁸ Es el IERS Reference Meridian. Además de Greenwich (0° 0' 0"), se utilizaron anteriormente otros meridianos de referencia. Son, según OpenGis: Berna, 7° 26' 22.5" E; Bogotá, 74° 4' 51.3" W; Bruselas, 4° 22' 4.71" E; Ferro (Hierro), 17° 40' 0" W; Yacarta 106° 48' 27.79" E; Lisboa, 9° 7' 54.862" W; Madrid, 3° 41' 16.58" W; París, 2° 20' 14.025"E; Roma, 12° 27' 8.4" E y Estocolmo, 18° 3' 29" E.

un organismo norteamericano (National Imagery and Mapping Agency, NIMA). Para algunas regiones, como es el caso de Europa, otras instituciones colaboran en el control o la mejora del sistema.⁹

Los movimientos de las placas de la litosfera, que han llegado a ser del orden de 7 cm/año, son las variaciones de mayor incidencia. Se han elegido 1.499 estaciones que pueden localizarse sobre placas rígidas (high-quality sites) o sobre áreas de deformación¹⁰. También se analizan los movimientos no lineales como las variaciones estacionales (anuales o no), las deformaciones debidas a sismos (124 estaciones).

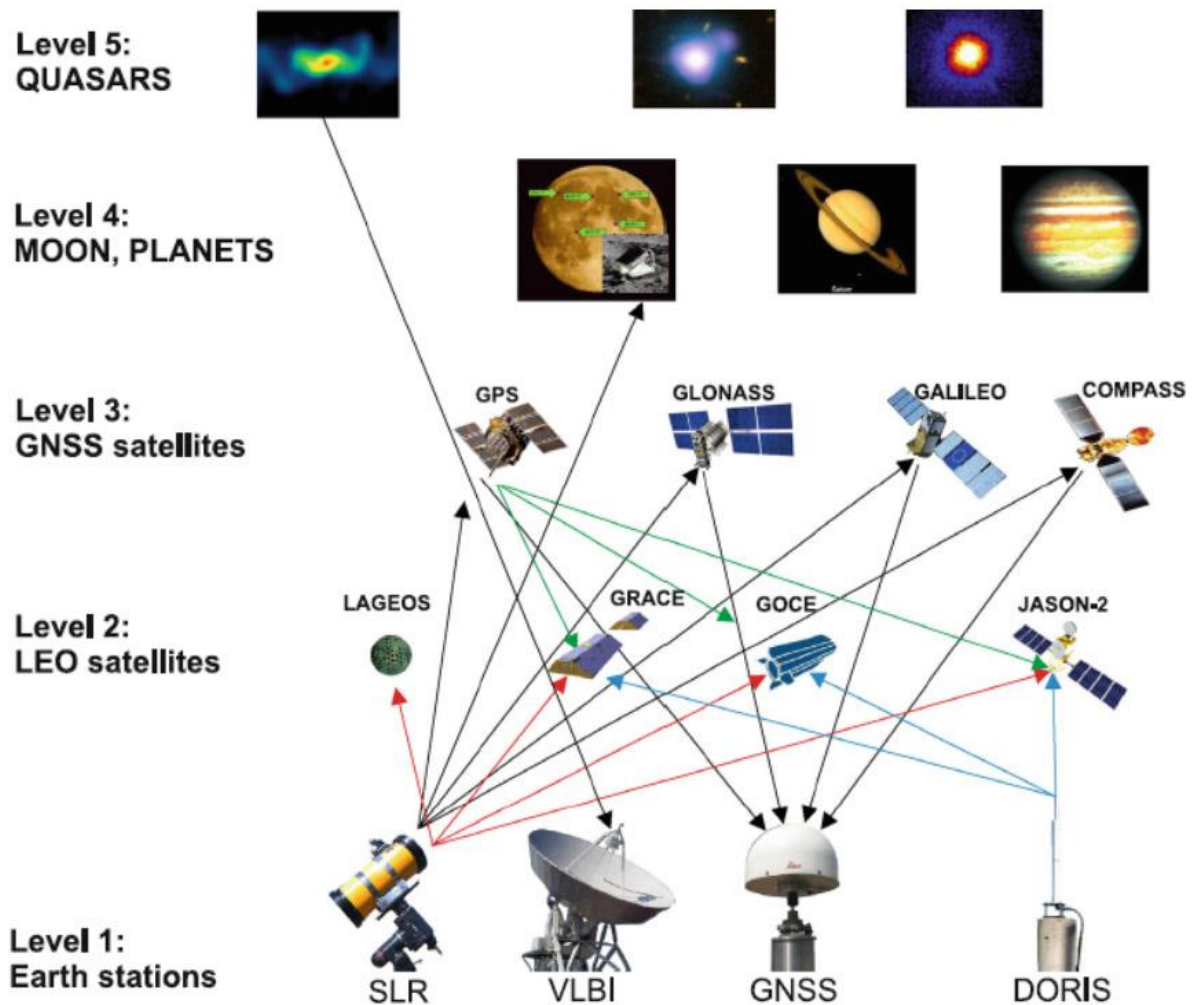
La atracción de los cuerpos celestes da lugar a mareas oceánicas y a las denominadas mareas terrestres pues la parte sólida también sufre variaciones que llegan a algunos decímetros en el área emergida. Los desplazamientos conocidos como mareas terrestres pueden ser temporales o permanentes, aunque únicamente han de tenerse en cuenta cuando queramos alcanzar precisiones centimétricas. La mayor parte de los cálculos utilizados en geodesia no los consideran. Se pueden resolver parcialmente estas variaciones definiendo la forma promedio lo que está justificado dado que algunas de estas variaciones lo son en ciclos periódicos (alrededor de dieciocho años para las mareas lunares). La subsidencia, las variaciones de la orientación, de la longitud de los días y de las fuerzas gravitatorias se unen al estudio de la estructura profunda de la tierra y a la aplicación de modelos atmosféricos.



⁹ "Scientific applications critically depend on the ITRF and impose the most stringent requirements on terrestrial reference frame accuracy and long-term stability. (...), the applications demanding the highest accuracy and long-term stability were sea level, geodynamics from vertical land motion, and large-scale horizontal deformation, and decadal satellite survey missions", en BLEWIT, Geoffrey (2015).

¹⁰ Actualmente, la versión es el ITRF2014 "an improved realization of the International Terrestrial Reference System (ITRS) and is demonstrated to be of higher quality than the past ITRF versions", Altamimi Z. y otros (2017) Analysis and results of ITRF2014, IERS TN 38.pdf.

El control se lleva a cabo, actualmente, mediante cuatro técnicas de geodesia espacial. Son las llamativamente denominadas infraestructuras. Primero, el Global Navigation Satellite System (GNSS), que incluye el norteamericano Global Positioning System (GPS), el ruso GLObal Navigation Satellite System (GLONASS), y, en un futuro, el sistema europeo Galileo¹¹. Segundo, los Satellite Laser Ranging (SLR) y el Lunar Laser Ranging (LLR). En tercer lugar, la Very Long Baseline Interferometry (VLBI). Finalmente, la Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS)¹². Actualmente, tienen, respectivamente, 19, 32, 39 y 22 años de observaciones. Con el uso de estas técnicas de Geodesia Espacial se calcula la posición y la orientación de las estaciones de control. Después, el origen y la escala del sistema.

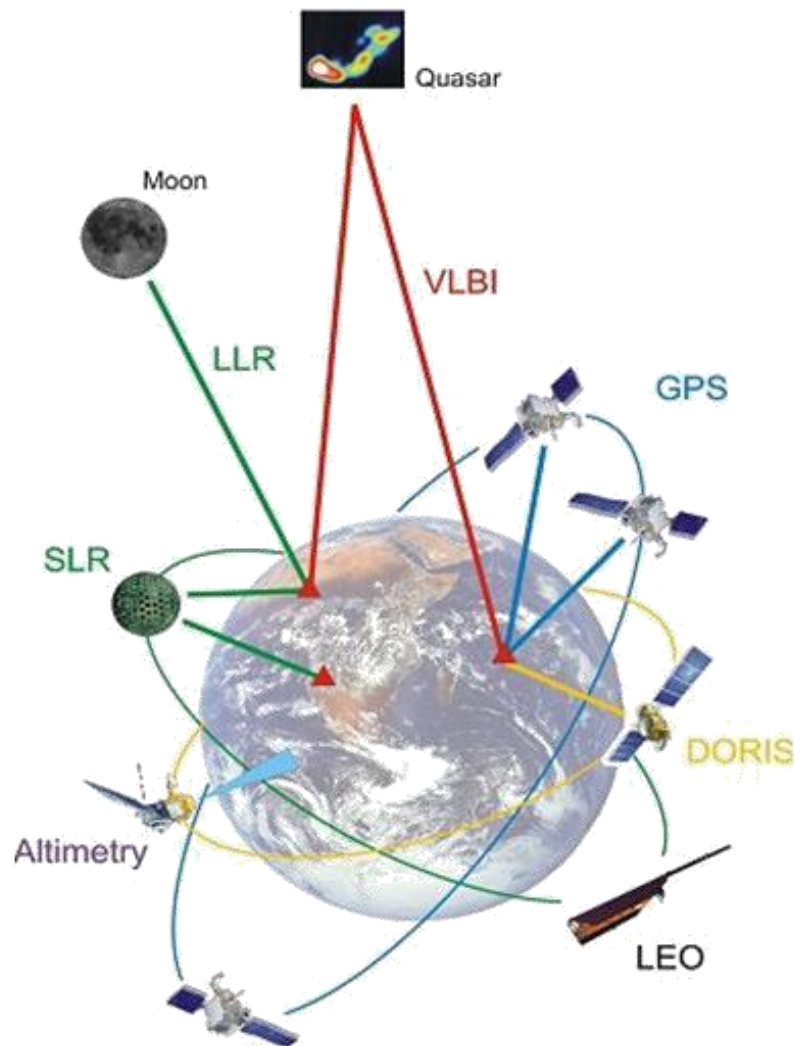


GGOS: An observing system of layered infrastructure (based on the Fig. 9.2. and Fig.9.9. in chapter 9 (Rothacher et al., 2009) of PLAG and PEARLDMAN (2009)(c) Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009)

¹¹ http://cddis.gsfc.nasa.gov/Techniques/GNSS/GNSS_Overview.html

¹² Para una posible ampliación: SCHUH, H.; BEHREND, D. (2012), BEHREND, D. (2013). Actualmente, la Geodesia Dinámica es, por estas técnicas (VLBI, SLR, GPS, DORIS) una Geodesia espacial que consigue una precisión centimétrica e, incluso, milimétrica. ALTAMIMI, Z, COLLILIEUX, X and MÉTIVIER, L (2013). Sobre la geodesia espacial: "With the launch of Sputnik 1 on October 4, 1957 (and shortly after of Sputnik 2) modern space age began. Already these two satellites had a fundamental effect on geodesy. Almost instantaneously a large part of 100 years of diligent geodetic work dedicated to the determination of the figure of the Earth became out-dated". RUMMEL, R (2010).

Para la definición de los Marcos de Referencia Terrestre (ITRF), se combinan los resultados de diferentes técnicas de observación (VLBI, SLR, GNSS, DORIS, gravimetría absoluta, etc.). Cuando en un mismo observatorio coexisten más de una de estas técnicas de observación (colocación), es necesario conocer dentro del Sistema de Referencia la posición relativa de las diferentes marcas geodésicas a las que se refieren las observaciones. Esto es lo que se conoce como la determinación del enlace local (localtie).

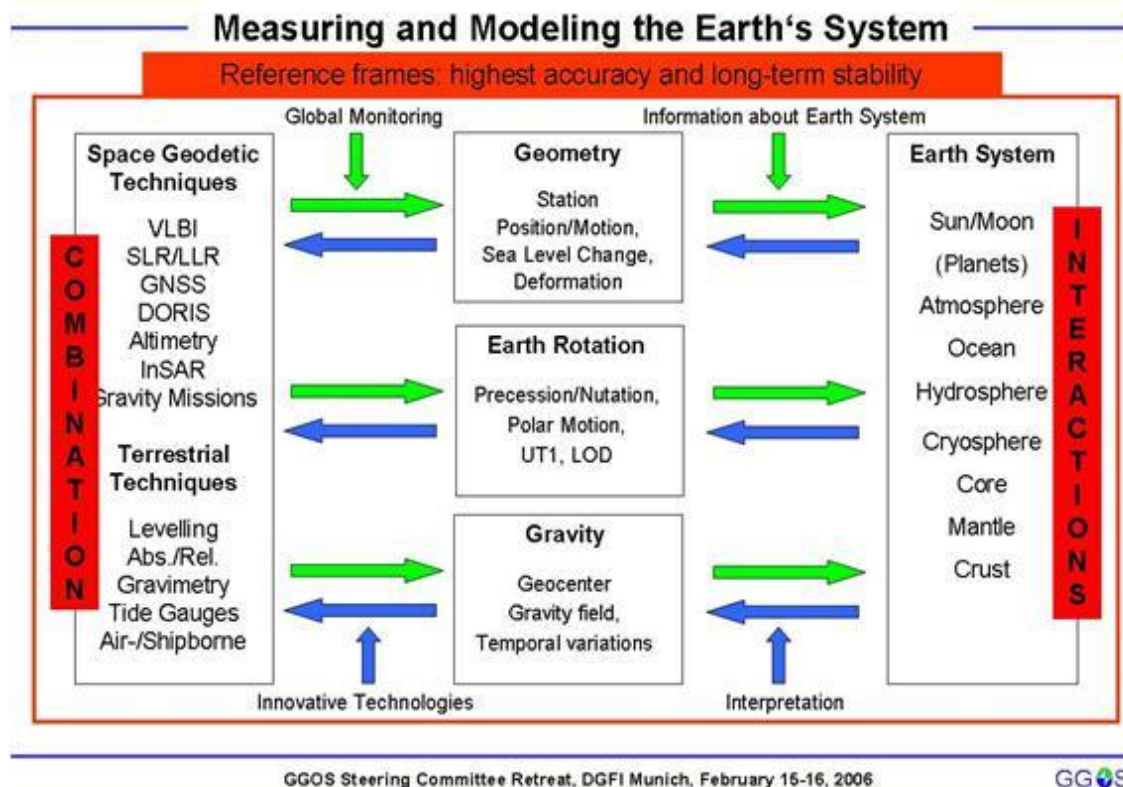


Pure Appl. Geophys. 171 (2014), 783-808

Se determinan las coordenadas, el campo de gravedad terrestre y su rotación. Se consigue una elevada precisión que se aplica al vulcanismo, al estudio de los terremotos, de las regiones tectónicas activas o a los deslizamientos de tierras. Con el Low Earth Orbit (LEO) se estudian con detalle el nivel del mar, el glaciario, los embalses de agua, el agua atmosférica, el movimiento terrestre y las variaciones del campo de gravedad.

Si a las técnicas espaciales añadimos las antiguas técnicas "terrestres" como la nivelación, la fotogrametría, la gravimetría o las estaciones que miden el nivel del mar, se estudia entonces el sistema en sus implicaciones astronómicas, atmosféricas y oceánicas, de la corteza... Es, de momento, la medida geométrica de la posición, de las deformaciones y de los cambios del nivel del mar. Después será el análisis físico y la altitud, como veremos. Cuestiones como la migración de los polos y el estudio de la rotación terrestre y la gravedad son los

tres ámbitos de análisis y algunos de sus ejemplos que se muestran en el siguiente cuadro del GGOS¹³ (Global Geodetic Observing System) de la IAG (International Association of Geodesy):



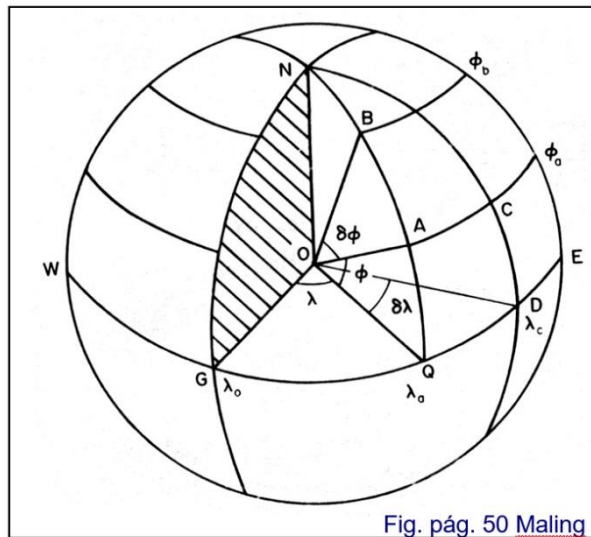
Elección de una figura de ajuste

SUPERFICIE DE REFERENCIA TERRESTRE: superficie de ajuste a la forma y al tamaño de la tierra en la que se basa un sistema de coordenadas geográficas. **ESFEROIDE:** figura matemática próxima a la figura de la tierra en forma y tamaño. Generalmente, en la georreferenciación se usa un elipsoide, aunque en algunas deducciones teóricas y en operaciones de cálculo que no necesiten precisión se usa también la esfera.

Cuando restringimos el cálculo de la posición únicamente a los puntos de la superficie de la tierra, puede utilizarse un sistema de coordenadas que, por ello, se denomina sistema de coordenadas geográficas, latitud y longitud (φ, λ). La posición relativa de los puntos utiliza estas medidas angulares (φ, λ) sobre una esfera o un elipsoide. A diferencia de las coordenadas X, Y, Z que determinan la posición en el espacio tridimensional euclidiano, estos sistemas lo determinan sobre la superficie de una figura próxima a la del cuerpo sólido terrestre. Es también una determinación tridimensional pero restringida a la posición de los puntos en la superficie de los esferoides. Por ello, las dos medidas angulares (φ, λ) han de acompañarse con el radio de la esfera de ajuste o con los parámetros que definen la forma y tamaño del elipsoide (eje semi mayor, a y aplanamiento f).

¹³ <http://www.ggos.org/>. Ver bibliografía y documentación sobre los enlaces de GGOS.

Coordenadas geográficas



Más adelante puede comprobarse la diversidad de figuras de la tierra adoptadas en la elaboración de cartografía. Utilizando cada una de ellas, las coordenadas geográficas serán distintas. La diversidad aumenta si además pensamos que una misma figura puede variar en la posición del centro y en la orientación de su eje de rotación. En la XVII General Assembly de la International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) celebrada en Canberra, Australia, en 1979 se adoptó el elipsoide GRS80. Para su completa definición se utiliza un parámetro geométrico y tres parámetros físicos. Lo veremos más adelante.

La más sencilla entre las aproximaciones cartográficas a la figura de la tierra es la de una esfera que presenta irregularidades del terreno, aunque, a determinadas escalas, estas irregularidades no son de gran magnitud. Con un radio terrestre de aproximadamente 6.371^{14} km., la altitud mayor de los continentes se sitúa próxima a los 9 km. y la profundidad oceánica máxima es del orden de los 11 km. Para la representación de la tierra a pequeñas escalas y para los cálculos que no exijan precisión es suficiente considerarla como una esfera. Con ello se simplifican las operaciones cartográficas.

En la aproximación esférica, todos los puntos de la superficie terrestre son equidistantes de su centro. El tamaño de la tierra vendrá dado por su radio (**R**) que es la línea recta que une el centro con cada uno de los puntos. Todo plano que divida a la tierra en dos partes iguales, que intersecte a la esfera pasando por su centro, define en la superficie de esta un círculo de radio **R** que es denominado **círculo máximo**. Utilizando el eje de rotación de la tierra, nombramos **polos** a los dos puntos en su intersección con la superficie de la esfera. El plano perpendicular al eje y que pasa por el **centro** define un círculo máximo llamado **ecuador** y el conjunto de planos que contienen el eje y son perpendiculares al ecuador definen entre los dos polos semicírculos denominados **meridianos geográficos** (también referidos como **meridianos astronómicos** o **meridianos verdaderos**). El término meridiano se limita a un arco de círculo máximo entre los dos polos y no al círculo máximo completo. Para referir este último habrá que indicar un meridiano y el correspondiente **antimeridiano**.

Si elegimos un meridiano de referencia, al que denominaremos **meridiano de longitud cero**, la posición de un punto puede medirse mediante el ángulo de su distancia al ecuador, al que llamamos **latitud** y representamos por ϕ , y el que mide su distancia al meridiano de longitud cero, ángulo al que llamamos **longitud** y

¹⁴ En GRS80 se utiliza, como veremos, una medida de 6 371.008, 7714 metros.

representamos por λ . Como todo ángulo, las coordenadas geográficas (φ y λ) pueden expresarse en grados sexagesimales, grados centesimales o en radianes¹⁵. Se conviene que la latitud precede a la longitud. También que las expresiones $+\varphi$ y $-\varphi$ expresan la latitud norte y la latitud sur. Si, respecto al meridiano origen, utilizamos las direcciones este y oeste teniendo en cuenta el sentido de la rotación de la tierra, se conviene, así mismo, que $+\lambda$ y $-\lambda$ expresan la longitud este y la longitud oeste. Al ángulo complementario a la latitud de un punto ($90^\circ - \varphi$) se le denomina su colatitud y es convencionalmente representado por χ .

El conjunto de puntos que tienen un mismo valor de φ definen una circunferencia cuyo círculo es paralelo al ecuador por lo que son denominados **paralelos de latitud**. Las líneas de longitud, el conjunto de puntos con el mismo valor de λ , son los meridianos. Todos los meridianos geográficos convergen en los polos. El trazado a intervalos regulares de meridianos y paralelos es uno de los sistemas de mayor implantación para mostrar la localización de los fenómenos geográficos. Se la conoce, usualmente, como malla o rejilla geográfica.

Se llaman **meridianos magnéticos** a los definidos con las direcciones indicadas por las brújulas que varían según el tiempo y, además, según las localizaciones terrestres. Los meridianos geográficos se representan en la cartografía, convencionalmente, mediante un asterisco (*) o una estrella (★) y los meridianos magnéticos mediante una punta de flecha (†). El ángulo horizontal entre ambos meridianos es denominado declinación magnética (δ).

Coordenadas geográficas

Cálculo de distancias y direcciones en la tierra esférica

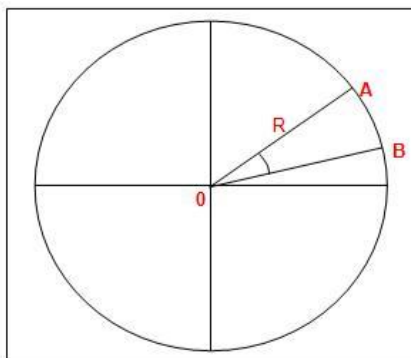
La distancia entre dos puntos A y B de una circunferencia se mide como su **distancia angular (z)**, el ángulo que dichos dos puntos forman con el centro, o como la **longitud del arco** que definen los dos puntos. En este último caso, la distancia vendrá dada por:

$$\text{Longitud del arco: } AB = R \cdot z$$

siendo z en radianes

Si z se expresa en grados sexagesimales:

$$\text{Longitud del arco: } AB = 2\pi R \cdot z^\circ / 360^\circ$$



¹⁵ La notación sexagesimal es la que usa una esfera que se supone dividida en 360 unidades llamadas grados (simbolizados por $^\circ$) que, a su vez, se dividen en 60 minutos (simbolizados mediante $'$) y estos, por su parte, en 60 segundos ($''$). La notación centesimal emplea una esfera dividida en 400 grados (g), 100 minutos (m) y 100 segundos (s). La longitud de los 360° , o de los 400 g del arco de una circunferencia viene dada por $2\pi r$. Si tomamos un radio de valor = 1, definimos el radián como el arco cuya longitud es igual al radio. La longitud de una circunferencia será de 2π radianes.

Esta relación es la que se utilizó para los primeros cálculos del radio de la esfera terrestre obteniendo una magnitud aproximada de la dimensión de la tierra. La longitud del arco AB puede ser medida sobre el terreno y z puede determinarse mediante observaciones astronómicas¹⁶.

Distancia entre dos puntos situados en el mismo meridiano: $d = R \cdot \Delta\phi$, siendo $\Delta\phi$ en radianes.

La distancia viene dada por la diferencia de latitudes. El radio del meridiano es el mismo de la esfera.

Distancia entre dos puntos situados en el mismo paralelo: $d = R \cdot \cos\phi \cdot \Delta\lambda$, siendo $\Delta\lambda$ en radianes.

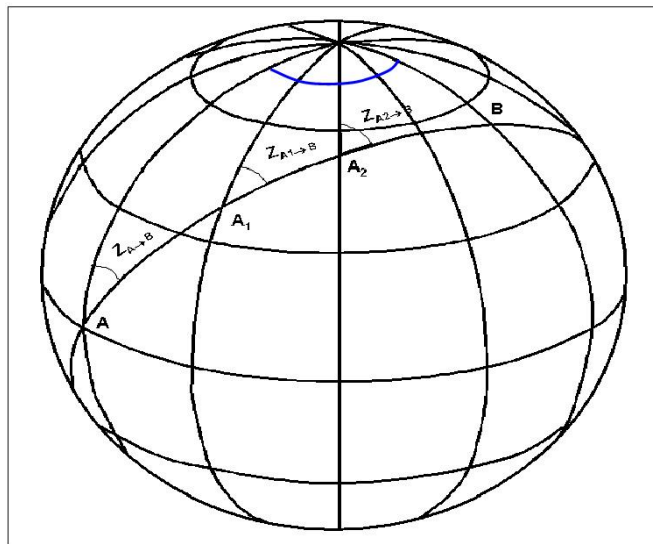
Esta distancia se calcula de forma semejante a la anterior sustituyendo la diferencia de latitudes por la diferencia de longitudes y el radio de la esfera por el radio del paralelo.

Radio de un paralelo: $R_0 = R \cdot \cos\phi$

Todo plano que divida a la tierra en dos partes iguales, que intersecte a la esfera pasando por su centro, definirá en la superficie de esta un círculo de radio **R** (denominado **círculo máximo**). La distancia entre dos puntos cualesquiera se define sobre el arco de círculo máximo que los une. Recibe el nombre de **distancia ortodrómica**.

Distancia ortodrómica: $d = R \cdot \cos^{-1} [\text{sen}\phi_1 \cdot \text{sen}\phi_2 + \cos\phi_1 \cdot \cos\phi_2 \cdot \cos\Delta\lambda]$

ACIMUT (Z): ángulo esférico formado por el meridiano y un círculo máximo en un punto.



Elaborado a partir de Alves, fig. pág. 62.

¹⁶ Las primeras mediciones de arcos terrestres se realizaban sobre un mismo meridiano o en puntos muy próximos pues en ese caso la determinación de Z se simplifica. Con el perfeccionamiento de la medida del tiempo, se hizo posible la determinación precisa de la longitud. El procedimiento no quedó condicionado por la dirección norte-sur. A principios del siglo XVII (1615) el holandés Willebrord Snell (Snellius) introdujo la medición del arco mediante la observación de los ángulos de triángulos consecutivos (lo que se conoce como triangulación) que proporcionó mayor precisión en el cálculo de distancias y en el del radio de la tierra.

Dados dos puntos A y B el acimut para llegar a A medido desde B es el arco de círculo máximo que pasa por A, B y el meridiano de B. El acimut para llegar al punto B medido desde A es el arco de círculo máximo que pasa por A, B y el meridiano de A. Se corresponde con el camino más corto entre esos dos puntos, de aplicación tradicional en navegación marítima y aérea. Cuando los dos puntos se sitúan en las antípodas (están separados por un arco de 180°), existe una infinidad de rutas ortodrómicas. Por eso, partiendo del punto A y manteniendo cualquier derrota, se llega al punto antípoda B. En cartografía convencionalmente, la dirección entre dos puntos es el ángulo según el sentido de las agujas del reloj y utilizando, únicamente, el polo norte como referencia. Si el meridiano es un meridiano astronómico lo denominamos **acimut geográfico Zg**. Si es el magnético, **acimut magnético Zm**. La diferencia entre ambos valores será la **declinación (δ)**.

$$Zg - Zm = \delta$$

Para el cálculo del acimut empleamos la fórmula:

$$\cot Z = \cos\varphi_a \cdot \tan\varphi_b \cdot \operatorname{cosec} \Delta\lambda - \operatorname{sen}\varphi_a \cdot \cot\Delta\lambda$$

La convergencia de meridianos es función de la latitud y puede calcularse como **convergencia angular (θ)** o como **convergencia lineal (c)**. Para la definición de **c**, además de la latitud, habrá que conocer la distancia entre los meridianos.

$$\theta = d \cdot \tan\varphi/R \quad c = d \cdot l \cdot \tan\varphi/R$$

El rumbo de una distancia ortodrómica no suele ser constante. En los puntos en los que se alcanza la latitud máxima o mínima el rumbo es igual a 90° o a 270°. Son los denominados **vértices de la ortodromia**.

Sus coordenadas (φ_v y λ_v) se calculan según:

$$\begin{aligned} \cos\varphi_v &= \operatorname{sen}R \cos\varphi_1 \\ \cos(\lambda_v - \lambda_1) &= \cot\varphi_v \cdot \tan\varphi_1 \end{aligned}$$

El rumbo inicial de una distancia ortodrómica viene dado por:

$$\text{rumbo inicial} = \operatorname{sen}^{-1}(\cos\varphi_2 \operatorname{sen} \Delta\lambda \cdot \operatorname{sen} d)$$

La distancia descrita por los recorridos que mantienen un rumbo constante se llama **distancia loxodrómica** que en el ecuador y sobre los meridianos coincide con la ortodromia. Salvo esos dos casos, la distancia entre dos puntos a lo largo de la línea loxodrómica es mayor que la distancia ortodrómica.

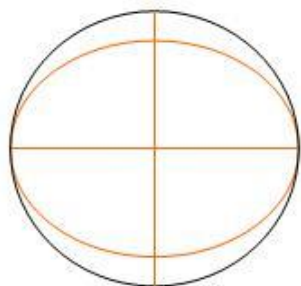
Elección del radio de la tierra esférica

En esta aproximación, el tamaño de la tierra vendrá dado por el radio de la esfera (R), la línea recta que une el centro con cada uno de los puntos de la superficie. Como la tierra no es una esfera, la determinación del radio dependerá de los objetivos prácticos que se persigan. No se plantean de igual manera los cálculos necesarios en una proyección o los realizados en navegación, por ejemplo. Maling, utilizando el Elipsoide Internacional¹⁷ como figura de ajuste, proporciona un cuadro en donde se obtienen quince mediciones distintas del radio que suponen una variación entre el valor máximo y el valor mínimo que alcanza los 34.751 metros. Como parámetros obtenidos del GRS80, la IUGG adopta los que indicamos en el cuadro de la página siguiente al lado de los de Maling. Los tres primeros procedimientos se basan en la elipse.

La esfera suele situarse en este caso siendo tangencial al elipsoide en el ecuador.

¹⁷ Sobre el Elipsoide Internacional y otros elipsoides anteriores al GRS80 ver la tabla de principales determinaciones de la figura de la tierra en este mismo capítulo.

Es denominada, por algunos, **esfera de Jacobi**:



		Según MALING (unidades, metros)	Según IUGG-GRS80 (unidades, metros)
1	Semieje mayor, a	6.378.388	6 378 137.0
2	Media aritmética de a y b	6.367.650	
3	Media geométrica de a y b	6.367.641	
El cuarto y el quinto procedimiento consideran el elipsoide:			
4	Media aritmética de tres semiejes $(2a+b)/3$	6.371.229	6 371 008.7714 ¹⁸
5	Media geométrica de tres semiejes $(2a.b)^{1/3}$	6.371.221	
Podemos utilizar para el cálculo del radio terrestre la media de los radios calculados para las latitudes de 15°, 45° o 60°:			
6	Media geométrica para $\varphi = 15^\circ$	6.359.778	
7	Media geométrica para $\varphi = 45^\circ$	6.378.351	
8	Media geométrica para $\varphi = 60^\circ$	6.389.126	
A continuación, utilizamos los cálculos del radio de curvatura del meridiano o del radio de curvatura transversal a 45° o a 60° de latitud:			
9	ρ para $\varphi = 45^\circ$	6.367.586	
10	υ para $\varphi = 45^\circ$	6.389.135	
11	ρ para $\varphi = 60^\circ$	6.383.727	
12	υ para $\varphi = 60^\circ$	6.394.529	
Si calculamos el volumen del elipsoide y hallamos el radio de una esfera que tenga un volumen equivalente:			
13	Esfera de igual volumen	6.371.221	6 371 000.7900
Si, en lugar del volumen hallamos el radio de una esfera para que su superficie coincida con la superficie de referencia, estamos ante la que se conoce como esfera autálca:			
14	Esfera autálca	6.371.228	6 371 007.1810
Una esfera rectificada es aquella cuyos meridianos tienen la misma longitud que los meridianos del elipsoide:			
15	Esfera rectificada	6.367.655	
16	Esfera rectificada según el radio de curvatura polar (a^2 / b)		6 399 593.6259 6 399 593,6258 (WGS84)

¹⁸ Radio promedio en la manera definida por la IUGG.

Coordenadas geodésicas

ELIPSOIDE: figura matemática generada por la rotación de una elipse sobre uno de sus ejes. El elipsoide usado como esferoide tiene como eje de rotación el eje menor de la elipse. Los dos puntos definidos en la superficie del elipsoide por el eje menor se denominan polos.

Desde que se comprobó el aplanamiento debido a la rotación y que la figura de la tierra, más que una esfera es un cuerpo próximo a ella (un esferoide), el elipsoide de revolución es utilizado como una aproximación matemática a la curvatura terrestre que mejora la simple utilización de la esfera, aunque la tierra no es tampoco un elipsoide exacto. El elipsoide de revolución sigue siendo después de las observaciones proporcionadas por los satélites artificiales la figura que permite generalizar geoméricamente una forma regular de la tierra. Existen irregularidades, descritas como ondulaciones, pero no son de una gran amplitud. Además, están las irregularidades del relieve geográfico y la propia asimetría de la tierra.

Para los cálculos geométricos a escalas grandes o medias, en los denominados mapas geográficos, es necesario el uso de un elipsoide. En las representaciones a pequeña escala no llegan a percibirse por el ojo humano las diferencias entre una tierra esférica y una elipsoidal siendo suficiente el uso de la primera. Incluso la topografía clásica adoptaba un plano como figura de la tierra. De todas formas, en cartografía, siempre se emplean coordenadas referidas sobre el elipsoide (coordenadas geodésicas) aunque se utilice posteriormente una esfera para los cálculos geométricos o para las operaciones de proyección.

SUPERFICIE DE REFERENCIA GEODÉSICA es la utilizada en las coordenadas que muestran la posición relativa de los puntos de la tierra. Generalmente se usa un elipsoide.

SUPERFICIE DE REFERENCIA CARTOGRÁFICA es la utilizada en la construcción de proyecciones usándose el elipsoide, la esfera e, incluso, el plano.

SUPERFICIE DE CÁLCULO. En la navegación los cálculos suelen obtenerse sobre una superficie esférica y los antiguos topógrafos suelen utilizar un plano, aunque las coordenadas estén referidas a un esferoide.

SUPERFICIE DEL TERRENO y SUPERFICIE OCEANOGRÁFICA: la superficie real o natural de la tierra.

Geometría de la elipse

La descripción matemática de una elipse viene dada por la ecuación:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$$

Si OF_1 es la distancia a los focos, **a** es la longitud del **semieje mayor** de la elipse y **b** la del **semieje menor**, el tamaño o dimensión máxima del esferoide vendrá dado por **a**. Su forma geométrica la indicaremos por la desviación respecto a una circunferencia a la que denominamos aplanamiento o **elipticidad** (f):

$$\text{elipticidad } f = (a-b) / a$$

que, generalmente, suele referirse mediante su recíproca $1/f$

Otra forma de indicar la desviación respecto a una circunferencia es mediante la relación entre la distancia de los focos y el semieje mayor que es denominada **excentricidad** (e):

$$e = OF_1/a,$$

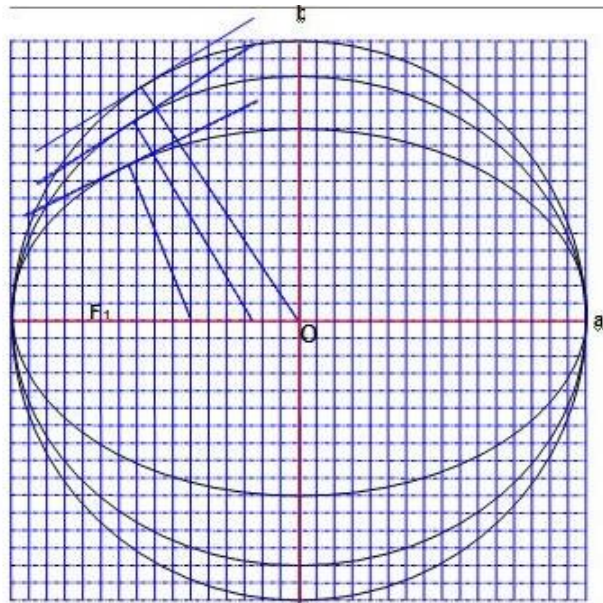
que también se define mediante:

$$e^2 = (a^2 - b^2) / a^2 \text{ o, sustituyendo, } e^2 = 2f - f^2$$

La denominada **segunda excentricidad** (e'), referida al semieje b, viene dada según:

$$e'^2 = (a^2 - b^2) / b^2$$

En la circunferencia, el aplastamiento y la excentricidad serán igual a cero ($a = b$).



La distancia al centro de los puntos situados en la superficie del esferoide no es constante como en la esfera, sino que varía entre un máximo = a y un mínimo = b . Los planos que cortan al esferoide pasando por su centro definen elipses a excepción del plano que comprende el semieje a , que define una circunferencia. También los planos paralelos a este último, que cortan al esferoide sin pasar por su centro, definen circunferencias, pero en el resto de los casos nos definirán elipses.

A diferencia de la esfera, en donde para un mismo valor de z obteníamos valores iguales de la longitud del arco, independientemente de la posición en la que nos encontráramos, en el esferoide una misma longitud del arco entre dos puntos de su superficie se corresponderá con una distancia angular que varía en las diferentes posiciones en las que se establezcan dichos puntos. La curvatura del esferoide varía en cada punto de su superficie siendo mínima en la circunferencia de radio = a y siendo máxima en los polos.

El **radio de curvatura polar** (c) viene dado por la expresión:

$$c = a^2/b$$

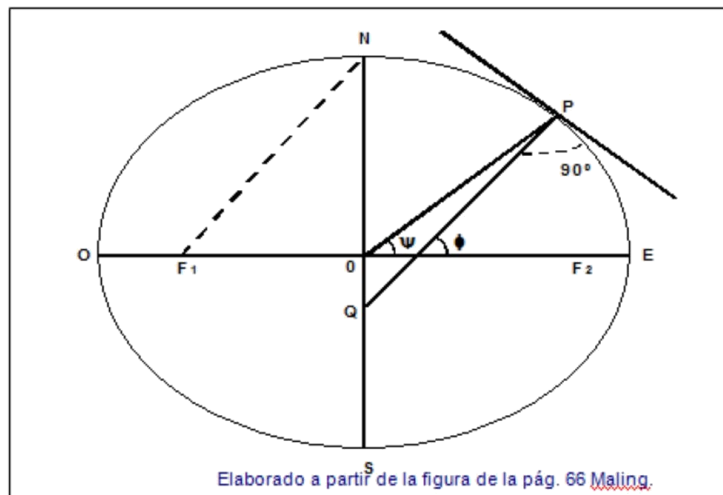
La medida del radio de curvatura en cada uno de los puntos del esferoide es necesaria para el cálculo de distancias. Analizaremos esta cuestión más adelante.

Referencias geográficas sobre el elipsoide.

La longitud en el elipsoide se define de igual manera que en la esfera. En cambio, en la definición de la latitud se nos presenta una opción. Si en un elipsoide medimos la latitud como el ángulo referido al centro del mismo, la denominamos **latitud geocéntrica** representándola por ψ . Si la medimos en la perpendicular del punto la

denominamos **latitud geodésica** (φ). En la mayor parte de los casos las coordenadas geográficas suelen indicar la latitud geodésica¹⁹.

LONGITUD GEODÉSICA (λ): ángulo formado por el plano meridiano origen con el plano meridiano de un punto dado, tomado como positivo hacia el este



LATITUD GEODÉSICA (φ): ángulo formado por la dirección de la perpendicular al elipsoide que pasa por un punto dado con el plano ecuatorial, tomando como positivo hacia el norte.

LATITUD GEOCÉNTRICA (ψ): ángulo formado por el plano ecuatorial y la línea que une un punto dado con el centro del elipsoide, tomando como positivo hacia el norte

Cálculo de distancias y direcciones en la tierra elipsoidal

La obtención de distancias y de ángulos sobre el elipsoide terrestre solía evitarse por la complejidad de los cálculos y dado que las diferencias con los resultados obtenidos sobre la tierra esférica no tenían incidencia práctica en la mayoría de los casos. Incluso los geodestas utilizaron una esfera tangente al área del cálculo que suele denominarse **esfera local**. La informática ha facilitado estos cálculos.

Distancia d entre dos puntos situados en el mismo paralelo (de radio R_0) y con una diferencia de longitud de $\Delta\lambda$:

$$d = \Delta\lambda \cdot R_0$$

Distancia a lo largo de un meridiano entre dos puntos de latitudes φ_1 y φ_2 :

$$d = a \{ (1 - 0,25e^2 - 0,046875 e^4) \Delta\varphi - (0,375e^2 + 0,09375 e^4) (\text{sen } 2 \cdot \varphi_2 - \text{sen } 2 \cdot \varphi_1) + 0,05859375 e^4 (\text{sen } 4 \cdot \varphi_2 - \text{sen } 4 \cdot \varphi_1) \}$$

El tercer tipo de distancia, la distancia más corta entre dos puntos cualesquiera $P_1 (\varphi_1, \lambda_2)$ y $P_2 (\varphi_2, \lambda_2)$ es la denominada distancia geodésica (d_g):

$$d_g = \int [R_m^2 + R_p^2 \cos^2 \varphi (d\lambda/d\varphi)^2]^{1/2} d\varphi$$

Siendo R_m y R_p los radios de curvatura del meridiano y el radio de curvatura transversal.

¹⁹ El IGN define:

Latitud geográfica (φ): ángulo medido sobre el plano meridiano que contiene al punto entre el plano ecuatorial y la normal al elipsoide en P.

Longitud geográfica (λ): ángulo medido sobre el plano ecuatorial entre el meridiano origen y el plano meridiano que pasa por P.

Evolución de las determinaciones de las superficies de referencia²⁰

PRINCIPALES DETERMINACIONES DE LA FIGURA DE LA TIERRA

Fecha	Nombre	Longitud de los semiejes		Elipticidad	Utilización
		a	b		
1687	Newton			1/231	-
1738	Maupertuis	6397300		1/191	-
1749	Bouguer			1/266	-
1799	Commission des Poids et Mésures	6375738.7		1/334.29	-
1810	Delambre ^a	6376428		1/311.5	anteriormente en Bélgica
	Delambre ^b	6375653	6356564	1/334.0	
1817	Plessis	6376523	6355863	1/308.65	anteriormente en Francia
1819	Walbeck	6376896	6355833	1/302.8	
1830	Everest	6377276.345	6356075.413	1/300.8017	India, Birmania, Ceilán, Malasia (parcialmente)
1841	Bessel	6377397.155	6356078.963	1/299.1528128	la mayor parte de Europa Central, Chile, China, Asia Sudeste
1849	Airy	6377563.396	6356256.9	1/299.3249646	Gran Bretaña
1858	Clarke	6378294	6356618	1/294.261	anteriormente en Australia
1860	Struve	6378298.3		1/294.73	España
1866	Clarke	6378206.4	6356585	1/298.9786982	Norteamérica (NAD 27)
1876	Andrae	6377104.43	6356762	1/300.0	Dinamarca y anteriormente en Islandia
1880	Clarke	6378249.145	6356514.9	1/293.465	Francia y la mayor parte de África continental
1893	Zhdanov	6377717	6356433	1/299.6	
1907	Helmert	6378200	6356818	1/298.30	anteriormente en Egipto
1909	Hayford o Internacional (1924)	6378388	6356911.946	1/297.0	Todo el mundo excepto Norteamérica, África y otras áreas pequeñas
1940	Krasovsky	6378245	6356863.019	1/298.3	antigua URSS y algunos de sus países satélites
1956	Army Map Service	6 378 270.0	6 356 794.343	1/297.0	
1960	Fischer (Mercury Datum)	6 378 166.0	6 356 784.284	1/298.3	
1960	World Geodetic System (WGS60)	6378165	6356783	1/298.3	anteriormente en Australia
1961	Kaula	6378163		1/298.24	
1965	Internacional Astronomical Union (IAU65)	6378160	6356774.719	1/298.25	Australia
1965	Applied Physics Laboratory (APL 4-5)	6378137		1/298.25	
1965	Naval Weapons Laboratory (NWL9D)	6378145	6 356 759.8	1/298.25	
1966	World Geodetic System (WGS66)	6378145	6356 760	1/298.25	
1967	Geodetic Reference System (GRS67) o Internacional Astronomical Union (IAU68)	6378160.00	6356774.161	1/298.2472	
1968	Fischer (Modified Mercury Datum)	6378150	6 356 768.955	1/298.3	
1972	World Geodetic System (WGS72)	6378135	6 356 750.52	1/298.26	
1979	Lerch <i>et al.</i>	6378139		1/298.257	
1980	Geodetic Reference System (GRS80) o Nuevo Internacional	6378137.00	6356752.3141	1/298.257222101	Norteamérica (NAD 83) y de creciente implantación en los países de la OTAN y en utilizaciones con GPS
1984	World Geodetic System (WGS84) EPSG:4326	6 378 137.00		1/298.257223563	De creciente implantación en los países de la OTAN y en utilizaciones con GPS
1985	Engelis	6 378 136.05		1/298.2566	

a: según Maling

b: según Maslov

Las principales figuras usadas en cartografía básica se refieren en **negrita**.

²⁰ "A lo largo de la historia se han utilizado diversos elipsoides para definir el sistema de referencia de cada país, de tal forma que se define aquel que mejor se ajuste al geode." según dice el IGN, aunque debemos considerar que no siempre se utilizaron criterios científicos. El GRS80 se ha adoptado internacionalmente como la figura de referencia y los numerosos sistemas estatales o nacionales van cayendo en desuso. La ICAO (International Civil Aviation Organization) los denomina datums y sistemas locales cuyo origen y orientación de los ejes son arbitrarios.

Elipsoide equipotencial GRS80.

Determinación de elipsoides de ajuste

Mediante la observación de las órbitas de los satélites artificiales y aquellas mediciones astronómicas que hemos enunciado, se ha llegado a la determinación del elipsoide conocido con las siglas GRS80 (Geodetic Reference System 1980)²¹ que es el elipsoide geocéntrico de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) para la georreferenciación adoptada internacionalmente. Hasta el sistema GRS80, los elipsoides se definían por sus parámetros geométricos. El radio ecuatorial **a** (con el que se establecía su tamaño), el aplastamiento **f**, el radio polar **b**, la relación **b/a**, eran parámetros geométricos primarios o derivados. A partir del GRS80 la IUGG²² adoptó magnitudes físicas y así se eligieron inicialmente:

a, GM, J_2 y ω .

La elipticidad y el resto de magnitudes geométricas pasaron a ser magnitudes derivadas. También se derivaron otras magnitudes físicas. De esta manera, además de un único parámetro geométrico (**a**), el sistema de referencia atiende a las propiedades físicas de la tierra como son su masa total geocéntrica, incluida la atmósfera (**M**), el factor de la forma dinámica (J_2), parámetro de relativa complejidad, y la velocidad angular de la rotación sobre su eje menor (ω). Son estos el parámetro geométrico y los parámetros físicos básicos o primarios. Pero la constante gravitacional (**GM**) es un parámetro conocido con mayor precisión que la constante gravitatoria (**G**) o la masa de la tierra (**M**). Se especifica, también, que el sistema es geocéntrico coincidiendo con el centro de masas. La orientación y el meridiano de referencia siguen los criterios ITRS que ya hemos visto.

ELIPSOIDE GEODÉSICO: elipsoide de rotación, normalmente elegido para que se ajuste a la forma de la tierra tanto como sea posible, ya sea global o localmente. Por ello, distinguimos:

ELIPSOIDE GLOBAL es el que adapta el Geoide al conjunto de la tierra. Actualmente se emplea el GRS80. Es el convenido internacionalmente y el que utilizaremos en el cálculo de coordenadas.

ELIPSOIDE REGIONAL o **LOCAL** es el que ajusta la forma de la tierra sólo en un ámbito terrestre.

La tierra tiene una superficie asimétrica, irregular y ondulada. En cambio, el elipsoide es una figura geométrica regular. Por ello, el elipsoide que mejor ajusta en una región no es necesariamente el que mejor ajusta en otra. El primer elipsoide internacionalmente aceptado, fue el que, por ello, es conocido como Elipsoide Internacional de 1924. Cuando utilizábamos un elipsoide regional, el ajuste podía superar diferencias de 300 m.

²¹ El WGS84 Development Committee adoptó el GRS80. Después de la publicación inicial, introdujo ligeras modificaciones que son de importancia cuando queremos una elevada precisión en el cálculo de las órbitas de los satélites pero que no intervienen significativamente en cartografía geográfica.

²² La resolución nº 7 de la XVII Asamblea General de la IUGG adopta un elipsoide equipotencial geocéntrico que tiene como constantes:

Radio ecuatorial de la tierra $a = 6.378.137$ m, constante gravitacional geocéntrica (incluyendo la atmósfera) $GM = 3.986.005 \times 10^8$ m³ s⁻², factor de la forma dinámica de la tierra, excluyendo la deformación permanente de las mareas: $J_2 = 108.263 \times 10^{-8}$, velocidad angular de la tierra: $\omega = 7292.115 \times 10^{-11}$ rad s⁻¹.

Además de la normalización en el uso de fórmulas de cálculo, se adopta que el eje menor del elipsoide de referencia será paralelo a la dirección establecida por el Conventional International Origin y que el primer meridiano será paralelo al meridiano de longitud cero del BIH.

Muchos servicios cartográficos estatales continúan con elipsoides que difieren en forma y tamaño, orientación y posición relativa respecto al GRS80 (Nuevo Internacional) generando innumerables problemas de transformación de coordenadas. Las ventajas de un único sistema internacional son muy claras.

De todas formas, a grandes escalas como en la ingeniería y los catastros, deberían utilizarse elipsoides regionales para que no se introduzcan grandes distorsiones en las mediciones²³.

ELIPSOIDE GEOCÉNTRICO es aquel cuyo centro geométrico se corresponde con el centro de masas de la tierra. Actualmente se usa el GRS80 como elipsoide geocéntrico.

DATUM²⁴ (plural **data**): superficie con valores de coordenadas constantes.

Las coordenadas del GRS80 son las que hacen coincidir su centro con el centro de la tierra. Su eje menor también coincide con el eje de rotación. En esta situación, es el datum convenido actualmente.

La definición en INSPIRE²⁵ no es tan directa pues está afectada por el *deseo de interoperabilidad*.

DATUM (INSPIRE): un parámetro o conjunto de parámetros que definen la posición del origen, la escala y la orientación de un sistema de coordenadas.

Al igual que en ISO 19111, también se concreta el Datum Geodésico.

DATUM GEODÉSICO (INSPIRE): un datum que describe la relación de un sistema de coordenadas con la tierra.

Para los elipsoides regionales:

DATUM REGIONAL: conjunto mínimo de parámetros necesarios para la definición de la localización y la orientación de un sistema regional o local respecto a un sistema y un marco globales.

De forma más restrictiva,

DATUM HORIZONTAL: usualmente, elipsoide determinado con una localización terrestre utilizado en la determinación de las coordenadas ϕ y λ .

²³ Las normas internacionales hablan de un Datum de Ingeniería. El Catastro no utiliza en España un sistema propio.

²⁴ En Ordnance Survey (2002) se dice, contundentemente, en pág.15: "Datum is the most familiar term amongst surveyors (...). TRS is a more modern term for the same thing".

²⁵ (REGLAMENTO (UE) N° 1089/2010 DE LA COMISIÓN), en conformidad con EN ISO 19111. También en INSPIRE D2. 8.1.1_v3.2 apartado 2.3. con referencia más detallada a EN ISO 19111:2007, Geographic information — Spatial referencing by coordinates.

Utilizaremos el GRS80, determinado como elipsoide geocéntrico horizontal (en realidad es tridimensional).

DATUM VERTICAL²⁶ es la superficie utilizada con elevación o altitud cero. Conjunto de datos de elevación cuya precisión permite utilizarlos como referencia de otros datos altimétricos.

En la actualidad, la determinación del datum se construye mediante observaciones que definan su posición, su orientación y la deflexión de la vertical o diferencia entre las normales en el geoide y el elipsoide, de tal manera que sea igual a cero en un punto origen. Tradicionalmente, el datum quedaba fijado con las coordenadas del origen (posición), la orientación, y los parámetros del elipsoide. El datum vertical se obtenía mediante observación de las variaciones de las mareas en un período de tiempo. La observación podía ser directa o utilizando el nivel medio del mar de uno o más puntos en el citado período de tiempo.

Sistemas ETRS89 y WGS84

“A partir de las series temporales de resultados del IERS, se ha puesto de manifiesto que la Placa Continental Europea mantiene un movimiento bastante uniforme, de unos 3 cm por año, con relación al ITRS, con excepción del extremo sureste de Europa (Grecia, Turquía). Por esta razón, con el fin de mantener unas coordenadas razonablemente estables para Europa, la Subcomisión EUREF decidió un sistema ligado a la placa europea. Este sistema (datum) se denomina ETRS, o ETRS89, ya que fue idéntico al ITRF en el año 1989,0. Desde entonces, las coordenadas ETRS89 ajustadas con relación a la Placa Europea, han modificado sus valores con respecto a los expresados en ITRF. Sin embargo, esta modificación es bien conocida, controlada por IERS y EUREF, y son posibles las transformaciones entre unas y otras con exactitud de 1 cm para la mayor parte”. Así pues, el control en Europa está ligado a la parte estable de la placa europea nombrándose como ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989).

EPN (EUREF GNSS PERMANENT NETWORK)²⁷ red de estaciones con coordenadas de elevada precisión que se utilizan para la actualización permanente del sistema ETRS89. A cargo de EUREF, subcomisión de IAG.

ETRS89 emplea el elipsoide GRS80 cuyo centro coincide con el centro de masas y es el origen del sistema de coordenadas X, Y, Z. Es el elipsoide utilizado también por el sistema americano WGS84 (World Geodetic System 1984), adherido al anterior con ligeras modificaciones.

²⁶ Además, en ISO 19111 se dice: “un datum para la ingeniería es el que no es geodésico ni vertical”. De momento, podemos no considerarlo en geografía. Las definiciones de datum en ISO son las del cuadro:

Datum	parameter or set of parameters that define the position of the origin, the scale, and the orientation of a coordinate system (Es la definición que coincide con INSPIRE)	ISO 19111:2007(E) 19130:2010(E) 19136:2007(E)
Datum	parameter or set of parameters that serve as a reference or basis for the calculation of other parameters	ISO 19116:2004(E)

²⁷ El EPN Central Bureau está en el *Royal Observatory of Belgium*, <http://www.epncb.oma.be>.

“A six-parameter transformation between ETRS89 (European TRS 1989, the Europe-fixed version of WGS84) and the various versions of the ITRS (International Terrestrial Reference System) is published by IERS (International Earth Rotation Service) via their Internet site. (...) These transformations are not suitable for ITRFs before ITRF94 (these are no longer in common use)” Ordnance Survey (2000), pág. 33.

Sus elipsoides (datums de superficie) tienen los siguientes parámetros geométricos²⁸

Elipsoide	a	1/f	b
GRS 80	6 378 137,0 m	298,257 222 100 882 711 243	≈ 6 356 752,314 140 m
WGS 84	6 378 137,0 m	298,257 223 563	≈ 6 356 752,314 245 m

con una pequeñísima diferencia en f , por problemas de cálculo, que da lugar a una ligera modificación en el semieje polar. También en el WGS 84 se utiliza el IERS Reference Meridian y se calculan, como constantes geométricas derivadas:

$f = 0,003352810681183637418;$
relación entre ejes $b / a = 0,996647189318816362;$
primera excentricidad $(a^2 - b^2)^{0.5} = 521.854,0097 \text{ m.};$
segunda excentricidad $a^2 - b^2 / a = 0,0818191910435;$
cuadrante de un meridiano = 10.001.965,7293 m

Además, se obtienen varias medidas del radio de la tierra esférica, como ya hemos visto.

En la actualidad, ha mejorado el valor del semieje a^{29} pero se ha preferido mantener el valor anterior para no tener que recalcular las observaciones. La elipticidad pasa a ser uno de los parámetros del elipsoide que fue modificada en WGS84 con el cálculo de nueve decimales³⁰.

Mallas geográficas

MALLA, RETÍCULA O REJILLA GEOGRÁFICA. Red de meridianos y paralelos representada mediante líneas con valores seleccionados a intervalos regulares

Península Ibérica. Malla geográfica de paralelos y meridianos de 1°

Dimensiones sobre el elipsoide

Paralelo superior	AREA_GEO km ²	Distancia (m) Paralelo 1°	Distancia (m) Meridiano 1°	PERIM_GEO (m)	Diferencia área (km ²)	Diferencia (m) PERIM_GEO
44°	8.985,4831	80.206,193	111.102,486	383.952,132	145,3114	2.605,61
43°	9.130,7945	81.540,968	111.083,004	386.557,738	142,4692	2.555,39
42°	9.273,2637	82.850,761	111.063,588	389.113,123	139,5879	2.504,44
41°	9.412,8516	84.135,185	111.044,261	391.617,563	136,6685	2.452,79
40°	9.549,5201	85.393,857	111.025,045	394.070,352	133,7121	2.400,44
39°	9.683,2322	86.626,404	111.005,966	396.470,796	130,7197	2.347,43
38°	9.813,9519	87.832,461	110.987,044	398.818,221	127,6923	2.293,75
37°	9.941,6442	89.011,672	110.968,304	401.111,968	124,6310	2.239,42
36°	10.066,2752	90.163,688	110.949,769	403.351,39		

²⁸ Puede verse, por ejemplo, en www.ngs.noaa.gov (XIONG LI & HANS-JÜRGEN GÖTZE (2001)).

²⁹ Las nuevas estimaciones aplican "satellite radar altimeter data, satellite laser ranging data, and Doppler satellite data. Results from these determinations (...), range from 6378134.9 to 6378137.0 meters", en NGA, STND.0036 (2014), pag. 2-4. En la práctica el cálculo de coordenadas mediante GNSS no requiere un elipsoide mejorado.

³⁰ Como dicen de sí mismos: "The WGS 84 represents the best global geodetic reference system for the Earth available at this time for practical applications of mapping, charting, geopositioning, and navigation", NGA.STND.0036 (2014), pág.1-1.

Antes de su proyección (lo que no puede representarse en un plano), las celdas de la malla geográfica de meridianos y paralelos de 1°, que se cortan en 90°, son trapecios elipsoidales que disminuyen su tamaño hacia el norte, aunque mantienen la misma superficie en cada franja entre paralelos. Para la Península Ibérica los paralelos límites son 36° N y 44° N. Con franjas de 1°, el área geográfica en km² es la del cuadro anterior. Según esto, cada uno de los trapecios de la franja entre 44° N y 43° N mide 8.985,48 km²; entre 43° N y 42° N aumentan a 9.130,79 km² y así sucesivamente hasta alcanzar el máximo entre 36° N y 37° N con 9.941,64 km².

Los arcos de 1° de paralelo disminuyen con el aumento de la latitud pues los círculos tienen un radio que es menor desde el ecuador a los polos. En la península el arco de 36° N mide 90.163,69 metros y el de 44° N se reduce a 80.206,19 metros. Al contrario, los meridianos, debido a la elipticidad, aumentan la longitud de sus arcos desde el ecuador a los polos. El arco de 1° entre 43° N y 44° N mide 111.102,49 metros mientras que el definido entre 36° N y 37° N se reduce a 110.949,77 metros.

Consecuencia de estas reducciones y aumentos son los valores del perímetro de los trapecios sobre el elipsoide. Serán iguales los dos lados definidos por los meridianos en cada franja, pero el lado del paralelo superior es mayor que el arco del inferior. Los valores extremos son 401.111,97 metros en la franja entre 36° N y 37° N y 383.952,13 metros entre 43° N y 44° N³¹.

Estas son algunas de las características principales de la malla o retícula obtenidas en el GRS_80 que es la figura curva, cerrada y continúa que ajusta geoméricamente la tierra y es la que ha de proyectarse. Son características geográficas que señalan las diferencias en una malla de líneas curvadas, que no es enteramente regular, se entiende dentro de la simetría elipsoidal y con un espaciado que es constante entre los paralelos y cuyos meridianos tienen su mayor separación en el ecuador y sus puntos de convergencia en los polos. Aunque tenga una extensa descripción es de fácil estudio. Sirve de referencia para la evaluación de las distorsiones en las proyecciones sobre un plano. Hemos visto en la península que hay una diversidad de situaciones en la malla elipsoidal que atienden a las diferencias naturales entre las franjas. Se acrecientan en las celdas proyectadas.

GEOREF (también llamado **WGRS**, World Geographic Reference System). Malla geográfica (no proyectada) de meridianos y paralelos cada 15° cuyas celdas tienen una denominación.

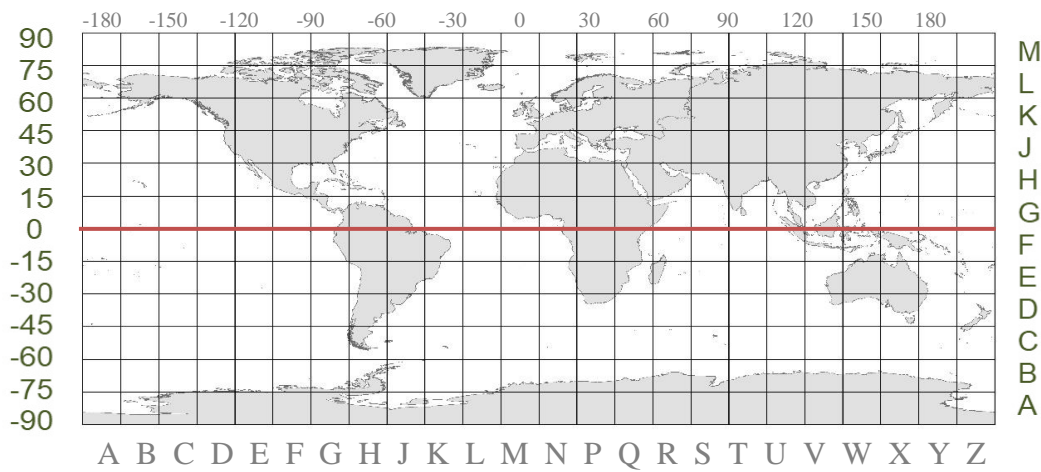
En GEOREF, las celdas delimitadas por los 24 meridianos se nombran con las letras A- Z del vocabulario inglés, exceptuando la I y la O. Se comienza en el meridiano -180° y se finaliza en 180°. Las celdas delimitadas por los 12 paralelos, separados por el ecuador³², se nombran con A- M, también con las mismas excepciones. Se comienza ahora en -90° y se finaliza en 90°.

³¹ Para los cálculos utilizamos una rejilla de 1° en ETRS_89 dentro de lo que ArcMap señala como WKID 4258 (EPSG) con meridiano central 0° y con parámetros indicados para el GRS_80: a= 6.378.137,0 m, b= 6.356.752,314140356 m y aplanamiento inverso = 298,257222101. El valor de radianes por unidad es 0,017453292519943295. No proporciona otros parámetros pero estos coinciden con los de MORITZ, H. Geodetic... No hemos averiguado los procedimientos de cálculo, pero no hemos encontrado grandes diferencias con las formulaciones de una hoja de cálculo incluida en un fichero adjunto. No hay ninguna diferencia en los valores del paralelo (son arcos de circunferencias) ni en los arcos de meridiano (afectados por la elipticidad). Existen en los cálculos de áreas (aunque obtenemos una precisión de nueve decimales en lugar de tres). Aceptamos los cálculos de ArcMap en esta y en ocasiones posteriores pues es una herramienta que es de utilidad en otros aspectos del análisis geográfico y las representaciones cartográficas..

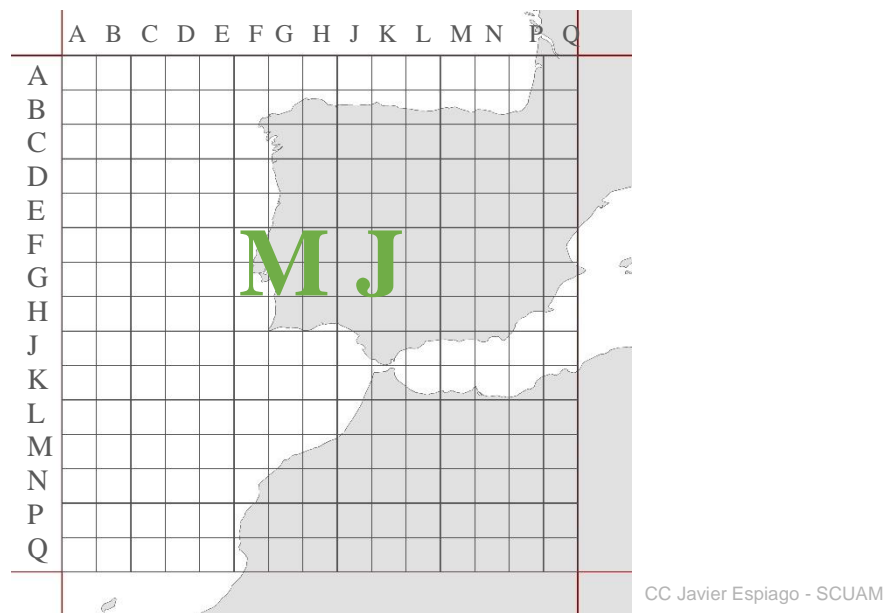
Las proyecciones de esta rejilla, que mostraremos más adelante (mallas UTM, LCC y LAEA), no siguen el procedimiento de la proyección ortográfica de Tissot.

³² Llamadas, a veces, zonas longitudinales (24) y bandas de latitud (12). Surge "for air defense and strategic air operations" (<http://earth-info.nga.mil/GandG/coordsys/grids/georef.pdf>).

Las celdas son trapecios esferoidales de superficie desigual, pero entenderemos la designación con su proyección plana en cuadrados de igual área.



Cada uno de esos cuadrángulos tiene su propia malla de 1° cuyas celdas vuelven a nombrarse de la A- Q en ambos sentidos.



De esa forma, cada celda de 1° se identifica con cuatro letras. Las dos primeras del cuadrángulo de 15° y las dos segundas de los cuadrángulos de 1°.

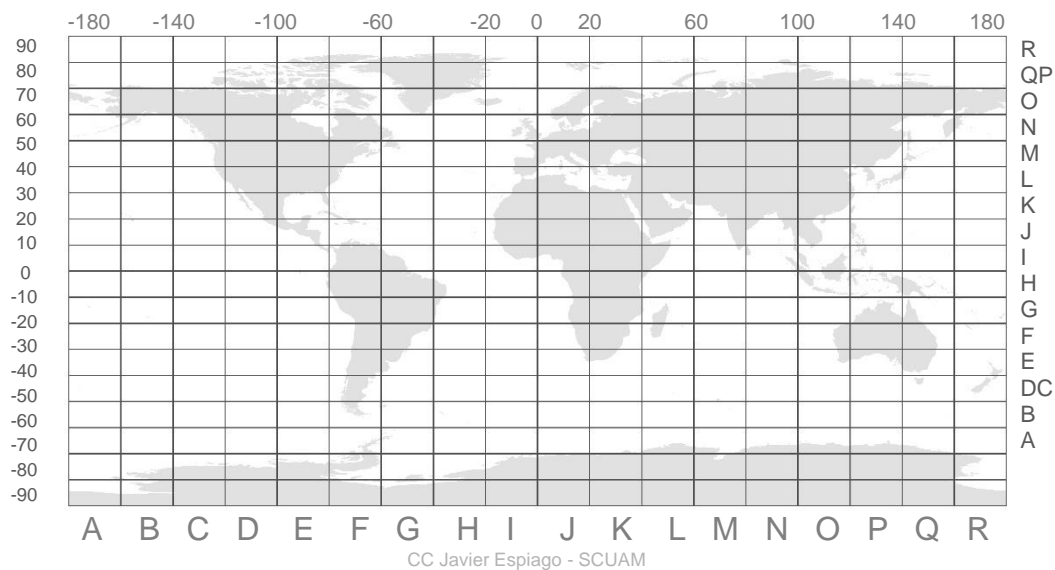
La malla continúa con la división en 60 minutos de latitud y de longitud y con denominaciones numéricas de las celdas ahora comenzando de E-O y de N-S.

La posición con resolución de un minuto se expresa por lo tanto mediante cuatro letras y dos números. Como son celdas geográficas, esa resolución en metros es desigual. Crece según nos acercamos a los polos.

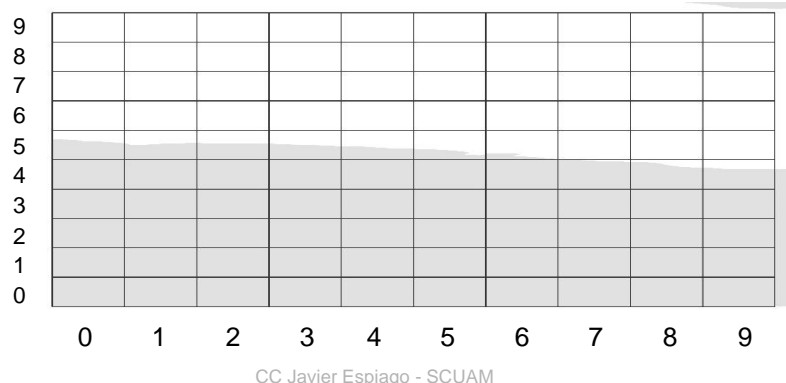
Actualmente, ha caído en desuso como sistema para la localización alfanumérica. Servía para la coordinación aire-tierra³³.

MAIDENHEAD (también QTH)³⁴: malla geográfica de 20° de longitud (18 meridianos) y 10° de latitud (18 paralelos) con 324 celdas (18 x 18) con una denominación alfanumérica.

La denominación MAIDENHEAD se indica mediante dos letras desde AA a RR (llamadas el Campo). La primera expresa la longitud y la segunda, la latitud. El origen de la malla es 180° O y 90° S con alfabetización y numeración correlativas de O- E y S-N. En la Península Ibérica los dos primeros caracteres son IN, JN, IM e IL (como se ve, se utiliza la I y también la O).



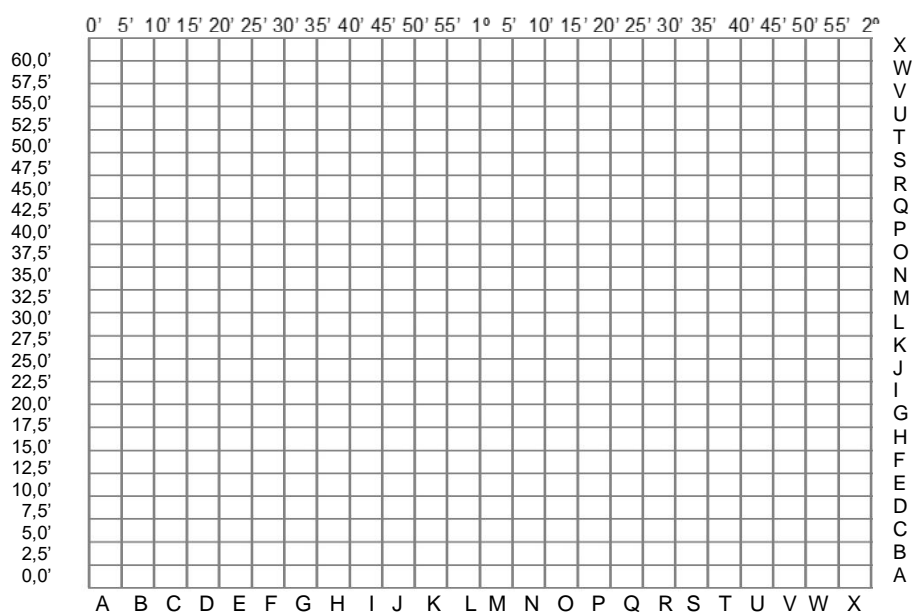
Cada cuadrángulo se subdivide mediante meridianos de 2° y paralelos de 1° en 10 x 10= 100 celdas a las que se asignan dos números de 00 a 99. A las dos letras del Campo se les añaden estos dos números del que ahora llaman el Cuadrado. Por ejemplo, el primer cuadrángulo AA (que en la figura proyectada aparece como un rectángulo) adquiere la numeración:



³³ "A disadvantage of any standard system of location is that the enemy, if he intercepts one of our messages using the system, can interpret the message and find our location. It is possible and can be eliminated by using an authorized low-level numerical code to express locations. Army Regulation 380-40 outlines the procedures for obtaining authorized codes", <http://www.map-reading.com/ch4-4.php>.

³⁴ Utilizada en el sistema radiofónico de localización Q conocido también como Sistema de Localización QTH procedente del QRA ahora en desuso.

Se puede finalizar la malla con meridianos de 5' y paralelos de 2,5' en $24 \times 24 = 576$ Subcuadrículas. A los anteriores se les añaden dos letras en el rango AA – XX que expresan los nuevos datos de longitud y latitud. Suelen estar en mayúsculas, pero no es imperativo³⁵.



CC Javier Espiago - SCUAM

Si se desea una referencia de mayor precisión, se procede a una nueva subdivisión en $10 \times 10 = 100$ celdas que se numeran del 0 al 99 como habíamos hecho anteriormente. También pueden repetirse otra subdivisión alfabética y una nueva rejilla numérica³⁶.

GARS (Global Area Reference System) pese al nombre es un sistema de localización de los USA, aunque abarca todo el globo³⁷ definiendo una malla geográfica de $30' \times 30'$.

En el caso de GARS, la identificación es con cinco caracteres (tres numéricos y dos alfabéticos). Los tres primeros desde 000 al 720 nombran los husos de los meridianos cada $30'$ desde 180° E. Con los dos caracteres indicamos las bandas de los paralelos cada $30'$ comenzando en el polo sur desde AA hasta QZ.

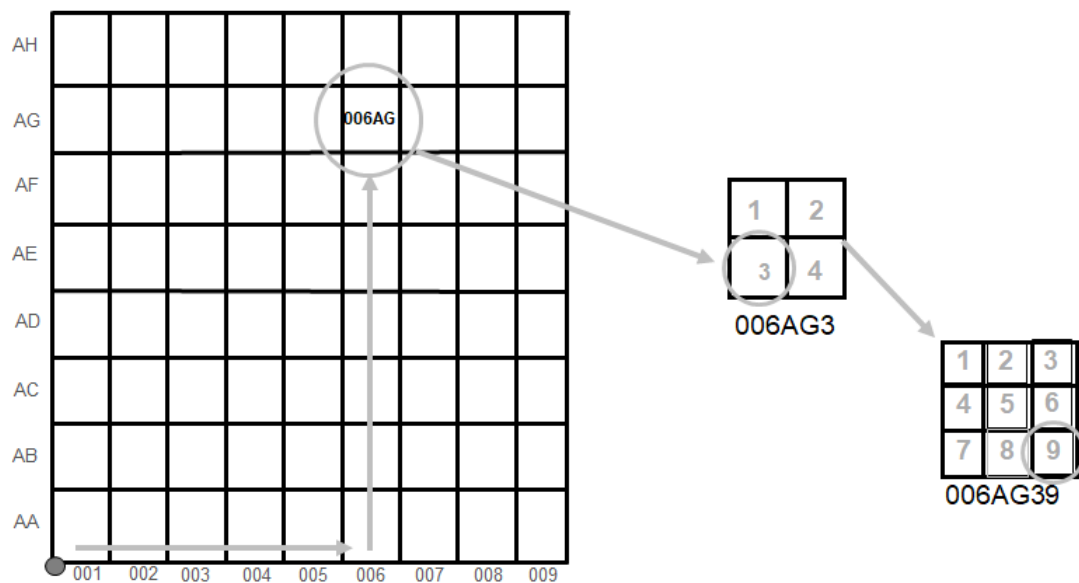
Estas celdas de $30'$ se dividen de nuevo en cuatro cuadrángulos de $15' \times 15'$ que se nombran secuencialmente de O – E y de N – S (1, 2, 3 y 4). Con el mismo procedimiento añadimos una malla de nueve celdas de $5' \times 5'$ numeradas del 1 al 9. El tedioso resultado “resembles a telephone keypad”. Se incluye el siguiente gráfico

³⁵ Son localizadores para intercambios radiofónicos de 10-GHz. “This level of locator detail is what people generally mean when referring to grid squares” en http://www.vklogger.com/grid_squares_info.php. También sirve para rastreo de telefonía celular, software SIG y GPS. Existen numerosos convertidores con precisión. También sirven esas herramientas informáticas. En cambio, no contamos con buenos textos de explicación y suficientes gráficos o imágenes. Aunque se centra en Australia, esa página en red puede ser de utilidad.

³⁶ Esbozado el detalladísimo procedimiento teórico, conviene acudir a herramientas informatizadas. No es infrecuente que haya radioaficionados que encuentren sus localizaciones empleando elipsoides variados que dificultan la comparación de las trabajosas coordenadas.

³⁷ “For use across the United States Department of Defense” “to facilitate air-to-ground coordination, deconfliction, integration, and synchronization”. <http://earth-info.nga.mil/GandG/coordsys/grids/gars.html> también para lo que sigue. Tuvo como antecedente el **CGRS** Common Geographic Reference System dividido en numerosos esquemas que no eran fácilmente compatibles.

explicativo en el que también aparecen cuadriláteros proyectados cuando las celdas de la malla son cuadrángulos esferoideales de distinto tamaño:



Modificado de **RENNER, P.** Global Area Reference System (GARS) http://www.uscg.mil/hq/cg5/cg534/nsarc/GARS_BRIEF.ppt

Con estas tres mallas (GEOREF, MAIDENHEAD, GARS) se muestra una localización de celdas que también recibe el nombre de coordenadas, aunque no se permitan los cálculos propios de un sistema enteramente numérico sobre puntos. En cartografía temática las superficies de las celdas encuentran frecuentes aplicaciones. No siempre se necesita que vayan acompañadas por esas denominaciones siempre engorrosas.

Mediante un convertidor³⁸ ilustramos con los casos de referencia 40°32'43.7284", -003°41'58.7942" del Servicio de Cartografía-SCUAM y 40°28'55"N y 3°21'51"O en Alcalá de Henares:

	SCUAM	Alcalá de Henares
GEOREF	MJML18023272	MJML38152891
Maidenhead	IN80DN60AV99	IN80HL65HQ20
GARS	353LX47	354LW12

³⁸ Utilizamos www.earthpoint.us/Convert.aspx herramienta vinculada a Google Earth cuyos resultados se cartografían con sus mapas e imágenes. Con menor precisión, http://www.egloff.eu/googlemap_v3/carto.php que no exige una instalación previa.

Malla geográfica de división en hojas del Mapa Topográfico Nacional (MTN).

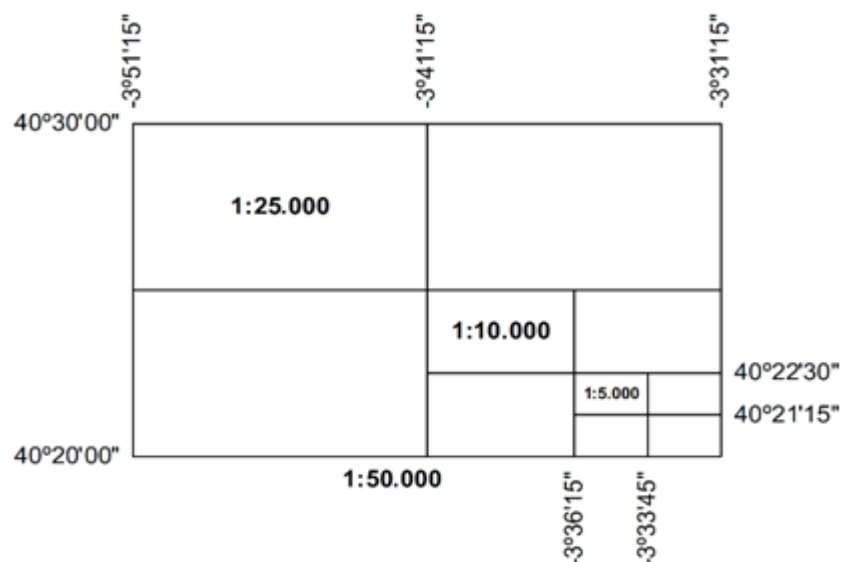
Para las divisiones geométricas del ámbito terrestre de España, además de la malla geográfica y de las mallas proyectadas del sistema UTM, se han decretado otras que atienden a la división en hojas en las diferentes escalas³⁹. Son mallas vectoriales de arcos regulares de meridianos y paralelos que se utilizaban para la impresión de los mapas oficiales. Actualmente, también sirven como ámbitos para el registro o almacenamiento de datos. Sigue siendo necesaria la división territorial para la compilación y como unidades territoriales de proyección.

Son las hojas del Instituto Geográfico Nacional utilizadas como referencia en otras cartografías siendo acertada la división en coordenadas elipsoidales que facilita el almacenamiento en bases de datos. Los geógrafos acostumbrados a trabajar con hojas 1: 50.000 las pueden utilizar como referencia que se manifiesta sobre el terreno sin la completa abstracción de meridianos y paralelos.

Hemos calculado las longitudes de esos arcos geográficos y las medidas de las rectas una vez proyectados en el sistema UTM. Vuelve a ser un útil cálculo numérico de la distorsión.

Para la escala 1: 50.000 (MTN_50) se usa una malla geográfica analítica de 20' en longitud y 10' en latitud, siguiendo los meridianos y paralelos. Su origen se sitúa en un punto del mar a $-9^{\circ} 51' 15''$ y $44^{\circ} 00' 00''$, respectivamente. Para la designación de cada una de las celdas (hojas) se utilizan procedimientos de numeración correlativa del Instituto Geográfico Nacional y de numeración columna-fila del Centro Geográfico del Ejército de Tierra. No se ha decretado la designación de cada hoja mediante el nombre de la entidad de población con mayor población, pero también se usa como referencia.

La malla a escala 1:25.000 tiene un tamaño de hojas de 5' x 10' dividiendo la cuadrícula MTN50 en cuatro cuartos. A escala 1:10.000 el tamaño es de 2' 30" x 5' (división en dieciséis partes) y a escala 1:5.000, de 1' 15" x 2' 30" (sesenta y cuatro partes)⁴⁰. Como ejemplo, para la hoja 559 el RD 1071/2007 proporciona el siguiente gráfico:



³⁹ Anexo al RD 1071/2007, Sistema Geodésico de Referencia.

⁴⁰ Para territorios menores se utilizan hojas a escalas 1: 500, 1:1 000 y 1:2 000. Existen también mallas específicas para el Plan Nacional de Ortofotografía Aérea en escalas: 1:5 000, 1:10.000, 25.000 y 50.000. En el caso de las Islas Canarias, "al objeto de maximizar la superficie terrestre cubierta por cada hoja, la distribución no adopta una definición completamente analítica de las esquinas"

Hemos calculado las longitudes en metros sobre el elipsoide de esos arcos geográficos delimitadores de las hojas 1: 50.000 y, más adelante, podremos compararlas con sus medidas una vez proyectados. Servirá de valoración de las distorsiones en la proyección. Se describen trapecios esféricos cuyos arcos límite de las hojas varían:

- En el paralelo 36° 0' 0,00" de latitud miden 30.054,56 m de Este a Oeste y en la latitud máxima de 43° 50' 0,00" se reducen hasta 26.735,40 m. Esta última son hojas de una fila teórica enteramente marítima. Las tres hojas continentales de la segunda fila (43° 50') miden 26.810,12 m.
- La extensión de los arcos de meridiano límite de las hojas varía desde 18.493,42 m hasta 18.517,89 m.

	φ°	φ'	arco paralelo 20' (metros)	arco meridiano 10' (metros)	Superficie del trapecio km ²		φ°	φ'	arco paralelo 20' (metros)	arco meridiano 10' (metros)	Superficie del trapecio km ²
1	44	0	26.735,40		-						
2	43	50	26.810,12	18.517,89	497,16	26	39	50	28.533,70	18.505,51	528,65
3	43	40	26.884,62	18.517,35	498,52	27	39	40	28.602,54	18.504,97	529,91
4	43	30	26.958,89	18.516,81	499,88	28	39	30	28.671,14	18.504,44	531,16
5	43	20	27.032,93	18.516,27	501,23	29	39	20	28.739,49	18.503,91	532,41
6	43	10	27.106,74	18.515,73	502,58	30	39	10	28.807,60	18.503,38	533,65
7	43	0	27.180,32	18.515,19	503,93	31	39	0	28.875,47	18.502,85	534,89
8	42	50	27.253,67	18.514,64	505,27	32	38	50	28.943,09	18.502,32	536,12
9	42	40	27.326,79	18.514,10	506,61	33	38	40	29.010,46	18.501,79	537,35
10	42	30	27.399,67	18.513,56	507,94	34	38	30	29.077,59	18.501,26	538,58
11	42	20	27.472,32	18.513,02	509,27	35	38	20	29.144,47	18.500,73	539,80
12	42	10	27.544,74	18.512,48	510,59	36	38	10	29.211,10	18.500,20	541,01
13	42	0	27.616,92	18.511,94	511,91	37	38	0	29.277,49	18.499,68	542,22
14	41	50	27.688,87	18.511,41	513,22	38	37	50	29.343,62	18.499,15	543,43
15	41	40	27.760,58	18.510,87	514,53	39	37	40	29.409,51	18.498,63	544,63
16	41	30	27.832,06	18.510,33	515,84	40	37	30	29.475,15	18.498,10	545,82
17	41	20	27.903,30	18.509,79	517,14	41	37	20	29.540,54	18.497,58	547,02
18	41	10	27.974,30	18.509,25	518,44	42	37	10	29.605,67	18.497,06	548,20
19	41	0	28.045,06	18.508,72	519,73	43	37	0	29.670,56	18.496,53	549,39
20	40	50	28.115,59	18.508,18	521,02	44	36	50	29.735,19	18.496,01	550,56
21	40	40	28.185,87	18.507,64	522,30	45	36	40	29.799,57	18.495,49	551,74
22	40	30	28.255,92	18.507,11	523,58	46	36	30	29.863,70	18.494,98	552,90
23	40	20	28.325,73	18.506,57	524,86	47	36	20	29.927,58	18.494,46	554,07
24	40	10	28.395,29	18.506,04	526,13	48	36	10	29.991,20	18.493,94	555,23
25	40	0	28.464,62	18.506,04	527,39	49	36	0	30.054,56	18.493,42	

CC Javier Espiago - SCUAM

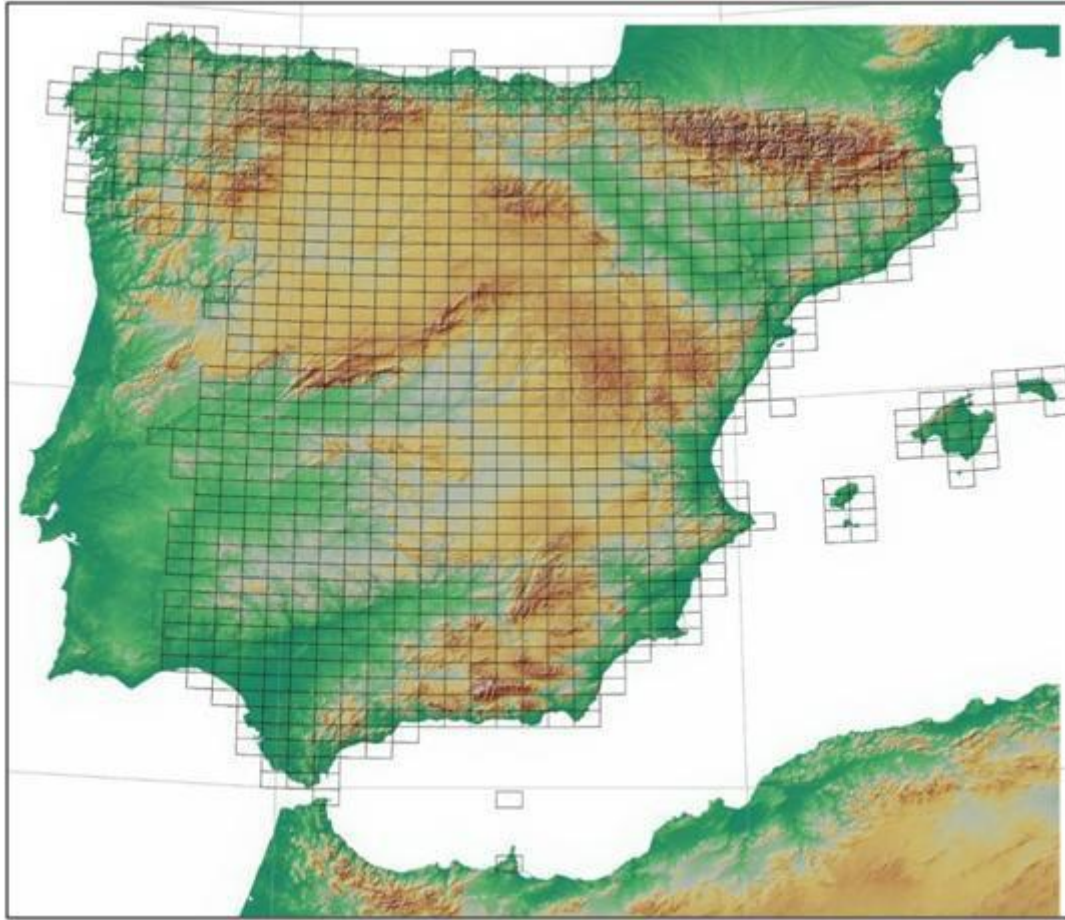
Esta es la división en hojas para la compilación y proyección oficial que hoy emplea UTM ETRS_89 en los tres husos de España peninsular y Baleares. No tendría que utilizarse otro sistema⁴¹.

⁴¹ En http://centrodescargas.cnig.es/CentroDescargas/documentos/cuadrícula_MTN50.png se muestra la numeración sobre el mapa 1: 1 000.000.

Cuadrícula MTN, hojas 1: 50.000 y relieve de la Península Ibérica.

UTM ETRS_89 huso 30.

CILÍNDRICA CONFORME.



3042 EPSG. Meridiano central -3°.

CC Javier Espiago – SCUAM

Javier Espiago
Servicio de Cartografía de la Universidad Autónoma de Madrid.
Julio - 2017